1.3 1) **Équation paramétrique**

$$\begin{cases} x = -5 - 3\,\lambda \\ y = 4 + \,\lambda \end{cases},\quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Équation cartésienne

(a) $$\begin{array}{rl|l} x = & -5 - 3\,\lambda & \\ y = & 4 + \,\lambda & \cdot 3 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} x = & -5 - 3\,\lambda \\ 3\,y = & 12 + 3\,\lambda \\ \hline x + 3\,y = & 7 \end{array}$$

(b) Toute droite ayant pour vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ est de la forme $x + 3\,y + c = 0$.
On recherche celle qui passe par le point $\mathrm{A}(-5\,;4)$: $-5+3\cdot 4+c=0$ implique $c=-7$.
La droite recherchée a donc pour équation cartésienne $x+3\,y-7=0$.

(c) $\begin{vmatrix} x+5 & -3 \\ y-4 & 1 \end{vmatrix} = 1\,(x+5) + 3\,(y-4) = x + 3\,y - 7 = 0$

Pente et ordonnée à l'origine

$x+3\,y-7=0 \iff 3\,y=-x+7 \iff y=-\frac{1}{3}\,x+\frac{7}{3}$
Ainsi $m=-\frac{1}{3}$ et $h=\frac{7}{3}$.

2) **Équation paramétrique**

Par définition de la pente, les vecteurs $\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$ ou $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ constituent des vecteurs directeurs : $\begin{cases} x = 3 + 5\,\lambda \\ y = -7 - \,\lambda \end{cases},\quad \lambda \in \mathbb{R}$

Équation cartésienne

(a) $$\begin{array}{rl|l} x = & 3 + 5\,\lambda & \\ y = & -7 - \,\lambda & \cdot 5 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} x = & 3 + 5\,\lambda \\ 5\,y = & -35 - 5\,\lambda \\ \hline x + 5\,y = & -32 \end{array}$$

(b) Toute droite ayant pour pente $m=-\frac{1}{5}$ est de la forme $y=-\frac{1}{5}\,x+h$.
On recherche la droite passant par le point $\mathrm{A}(3\,;-7)$: $-7=-\frac{1}{5}\cdot 3+h$, d'où l'on tire $h=-\frac{32}{5}$.
La droite recherchée a donc pour équation cartésienne :
$y=-\frac{1}{5}\,x-\frac{32}{5} \iff 5\,y=-x-32 \iff x+y+32=0$.

(c) $\begin{vmatrix} x-3 & 5 \\ y+7 & -1 \end{vmatrix} = -1\,(x-3) - 5\,(y+7) = -x - 5\,y - 32 = 0$

Pente et ordonnée à l'origine

Puisque la droite recherchée s'écrit $y=-\frac{1}{5}\,x-\frac{32}{5}$, on a $m=-\frac{1}{5}$ et $h=-\frac{32}{5}$.

3) **Équation paramétrique**

La droite passant par les points $\mathrm{A}(7\,;2)$ et $\mathrm{B}(-5\,;8)$ a pour vecteur directeur $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} -5-7 \\ 8-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 6 \end{pmatrix} = 6\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$: $\begin{cases} x = 7 - 2\,\lambda \\ y = 2 + \lambda \end{cases}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Équation cartésienne

(a) $\begin{array}{l|l} x = 7 - 2\,\lambda & \\ y = 2 + \lambda & \cdot 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} x = 7 - 2\,\lambda \\ 2\,y = 4 + 2\,\lambda \\ \hline x + 2\,y = 11 \end{array}$

(b) Toute droite ayant pour vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ est de la forme $x + 2\,y + c = 0$.
On recherche celle qui passe par le point $\mathrm{A}(7\,;2)$: $7 + 2 \cdot 2 + c = 0$ implique $c = -11$.
La droite recherchée a donc pour équation cartésienne $x + 2\,y - 11 = 0$.

(c) $\begin{vmatrix} x-7 & -2 \\ y-2 & 1 \end{vmatrix} = 1\,(x-7) + 2\,(y-2) = x + 2\,y - 11 = 0$

Pente et ordonnée à l'origine

$x + 2\,y - 11 = 0 \iff 2\,y = -x + 11 \iff y = -\frac{1}{2}\,x + \frac{11}{2}$
Ainsi $m = -\frac{1}{2}$ et $h = \frac{11}{2}$.

4) **Équation paramétrique**

Toute droite parallèle à l'axe des abscisses admet $\vec{e_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ comme vecteur directeur : $\begin{cases} x = -7 + \lambda \\ y = 8 \end{cases}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Équation cartésienne

(a) $\begin{array}{l|l} x \;=\; -7 + \lambda & \cdot 0 \\ y = 8 & \end{array} \qquad \begin{array}{c} 0 = 0 \\ y = 8 \\ \hline y = 8 \end{array}$

(b) Toute droite ayant pour vecteur directeur $\vec{e_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ est de la forme $0\,x + y + c = y + c = 0$.
On recherche celle qui passe par le point $\mathrm{A}(-7\,;8)$: $8 + c = 0$ implique $c = -8$.
La droite recherchée a donc pour équation cartésienne $y - 8 = 0$.

(c) $\begin{vmatrix} x+7 & 1 \\ y-8 & 0 \end{vmatrix} = 0\,(x+7) - 1\,(y-8) = -y + 8 = 0$

Pente et ordonnée à l'origine

$y - 8 = 0 \iff y = 0\,x + 8$, de sorte que $m = 0$ et $h = 8$.

5) **Équation paramétrique**

Toute droite parallèle à l'axe des ordonnées admet $\vec{e_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ comme vecteur directeur : $\begin{cases} x = 4 \\ y = 5 + \lambda \end{cases}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Équation cartésienne

(a) $\begin{array}{rcl|l} x & = & 4 & \\ y & = & 5 + \lambda & \cdot 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} x = 4 \\ 0 = 0 \\ \hline x = 4 \end{array}$

(b) Toute droite ayant pour vecteur directeur $\vec{e_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ est de la forme $x + 0\,y + c = x + c = 0$.
On recherche celle qui passe par le point A$(4\,;5)$: $4 + c = 0$ implique $c = -4$.
La droite recherchée a donc pour équation cartésienne $x - 4 = 0$.

(c) $\begin{vmatrix} x-4 & 0 \\ y-5 & 1 \end{vmatrix} = 1\,(x-4) - 0\,(y-5) = x - 4 = 0$

Pente et ordonnée à l'origine

La pente et l'ordonnée à l'origine ne sont pas définies pour une droite verticale : la formule $m = \frac{d_2}{d_1}$ entraîne une division par 0 si $d_1 = 0$.

6) **Équation paramétrique**

La droite d'équation $3\,x + 5\,y - 8 = 0$ admet pour vecteur directeur $\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$: $\begin{cases} x = 0 + 5\,\lambda = 5\,\lambda \\ y = 0 - 3\,\lambda = -3\,\lambda \end{cases}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Équation cartésienne

(a) $\begin{array}{rcl|l} x & = & 5\,\lambda & \cdot 3 \\ y & = & -3\lambda & \cdot 5 \end{array} \qquad \begin{array}{rcr} 3\,x & = & 15\,\lambda \\ 5\,y & = & -15\,\lambda \\ \hline 3\,x + 5\,y & = & 0 \end{array}$

(b) Toute droite parallèle à la droite $3\,x + 5\,y - 8 = 0$ est de la forme $3\,x + 5\,y + c = 0$.
On recherche celle qui passe par l'origine : $3 \cdot 0 + 5 \cdot 0 + c = 0$ implique $c = 0$.
La droite recherchée a donc pour équation cartésienne $3\,x + 5\,y = 0$.

(c) $\begin{vmatrix} x-0 & 5 \\ y-0 & -3 \end{vmatrix} = -3\,(x-0) - 5\,(y-0) = -3x - 5\,y = 0$

Pente et ordonnée à l'origine

$3\,x + 5\,y = 0 \iff 5\,y = -3\,x \iff y = -\frac{3}{5}\,x + 0$
Ainsi $m = -\frac{3}{5}$ et $h = 0$.