3.11 La droite passe par le point $\text{A}(2\,;1\,;3)$ et a pour vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Le plan recherché passe également par le point A et possède les vecteurs directeurs $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{AP}} = \begin{pmatrix} 4-2 \\ 2-1 \\ 1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Son équation paramétrique peut donc être : $\begin{cases} x = 2 + \lambda + 2\,\mu \\ y = 1 - 3\,\lambda + \mu \\ z = 3 + \lambda - 2\,\mu \end{cases}, \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

Éliminons les paramètres de ce système, afin d'obtenir l'équation cartésienne de ce plan :

$$\left\{\begin{array}{l} x = 2 + \lambda + 2\,\mu \\ y = 1 - 3\,\lambda + \mu \\ z = 3 + \lambda - 2\,\mu \end{array}\right. \quad \left|\begin{array}{l} \cdot 3 \\ \cdot 1 \\ \end{array}\right| \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \\ \cdot(-1) \end{array}$$

$$\left\{\begin{array}{l} 3\,x + y = 7 + 7\,\mu \\ x - z = -1 + 4\,\mu \end{array}\right. \quad \left|\begin{array}{l} \cdot 4 \\ \cdot(-7) \end{array}\right.$$

On obtient $5\,x + 4\,y + 7\,z = 35$ ou encore $\boxed{5\,x + 4\,y + 7\,z - 35 = 0}$.