**3.4** 1) Le plan $6\,x - 4\,y + 5\,z + 6 = 0$ admet pour vecteur normal $\vec{n_1} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Le plan $-12\,x + 8\,y - 10\,z - 9 = 0$ admet pour vecteur normal
$\vec{n_2} = \begin{pmatrix} -12 \\ 8 \\ -10 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} = -2\,\vec{n_1}$.

Puisque les vecteurs normaux $\vec{n_1}$ et $\vec{n_2}$ sont colinéaires, les deux plans peuvent être confondus ou strictement parallèles.

Vu que $-2\,(6\,x - 4\,y + 5\,z + 6) = -12\,x + 8\,y - 10\,z - 12 = 0$ ne coïncide pas avec l'équation $-12\,x + 8\,y - 10\,z - 9 = 0$, les deux plans sont strictement parallèles.

2) Le plan $2\,x - 8\,y + 4\,z - 7 = 0$ admet pour vecteur normal $\vec{n_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Le plan $x - 4\,y - z + 3 = 0$ admet pour vecteur normal $\vec{n_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Les vecteurs $\vec{n_1}$ et $\vec{n_2}$ ne sont pas colinéaires : $\begin{cases} 2 = \lambda \cdot 1 \Longrightarrow \lambda = 2 \\ -8 = \lambda \cdot (-4) \Longrightarrow \lambda = 2 \\ 4 = \lambda \cdot (-1) \Longrightarrow \lambda = -4 \end{cases}$

Par conséquent, les deux plans sont sécants.

3) On constate qu'en multipliant par $-1$ l'équation du premier plan $-x + 5\,y - 3\,z + 45 = 0$, on obtient l'équation du second plan $x - 5\,y + 3\,z - 45 = 0$.

Les deux équations étant équivalentes, les plans sont confondus.

4) Le plan $3\,x - 8 = 0$ admet pour vecteur normal $\vec{n_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Le plan $x + 3 = 0$ admet pour vecteur normal $\vec{n_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Puisque $\vec{n_1} = 3\,\vec{n_2}$, les deux plans sont confondus ou strictement parallèles.

On constate que $3\,(x + 3) = 3\,x + 9 = 0$ donne une équation qui n'est pas équivalente à $3\,x - 8 = 0$, de sorte que les deux plans sont strictement parallèles.

5) Le plan $3\,x - 2\,y + 5\,z - 4 = 0$ admet pour vecteur normal $\vec{n_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Le plan $\begin{cases} x = 4 + 2\,\lambda + 5\,\mu \\ y = 2 + 3\,\lambda \\ z = \quad\quad - 3\,\mu \end{cases}$ , $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ admet pour vecteur normal

$\vec{n_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \\ -15 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = -3\,\vec{n_1}$.

Les deux plans sont ainsi confondus ou strictement parallèles.

Le point $(4\,;2\,;0)$ appartient au second plan, mais non au premier :
$3 \cdot 4 - 2 \cdot 2 + 5 \cdot 0 - 4 = 4 \neq 0$.

Par conséquent, les deux plans sont strictement parallèles.

6) Le plan $\begin{cases} x = 1 + 6\,\lambda - 2\,\mu \\ y = 2 - 2\,\lambda + 2\,\mu \\ z = 3 + 2\,\lambda - \mu \end{cases}$ , $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ admet pour vecteur normal

$\vec{n_1} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}$.

Le plan $\begin{cases} x = 1 + 3\,\lambda - 2\,\mu \\ y = 2 - \lambda + \mu \\ z = 3 + \lambda - \mu \end{cases}$ , $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ admet pour vecteur normal

$\vec{n_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Attendu que les vecteurs $n_1$ et $n_2$ ne sont pas colinéaires, les deux plans sont sécants.