2.15 1) $\vec{n} \cdot \overrightarrow{\mathrm{HP}} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_0 - x_{\mathrm{H}} \\ y_0 - y_{\mathrm{H}} \end{pmatrix} = a\,(x_0 - x_{\mathrm{H}}) + b\,(y_0 - y_{\mathrm{H}})$

$= a\,x_0 + b\,y_0 - a\,x_{\mathrm{H}} - b\,y_{\mathrm{H}}$

2) Comme $\mathrm{H} \in d$, les coordonnées du point H vérifient l'équation de la droite d : $a\,x_{\mathrm{H}} + b\,y_{\mathrm{H}} + c = 0$.

Il s'ensuit que $-a\,x_{\mathrm{H}} - b\,y_{\mathrm{H}} = c$.

Par suite $\vec{n} \cdot \overrightarrow{\mathrm{HP}} = a\,x_0 + b\,y_0 \underbrace{-a\,x_{\mathrm{H}} - b\,y_{\mathrm{H}}}_{+c} = a\,x_0 + b\,y_0 + c$

3) Comme les vecteurs $\vec{n}$ et $\overrightarrow{\mathrm{HP}}$ sont colinéaires, on a $\varphi = 0^\circ$ ou $\varphi = 180^\circ$, si bien que $\cos(\varphi) = \pm 1$.

En prenant la valeur absolue des membres de l'égalité $\vec{n} \cdot \overrightarrow{\mathrm{HP}} = \|\vec{n}\|\,\|\overrightarrow{\mathrm{HP}}\|\,\cos(\varphi)$, on obtient :

$|\vec{n} \cdot \overrightarrow{\mathrm{HP}}| = \big|\,\|\vec{n}\|\,\|\overrightarrow{\mathrm{HP}}\|\,\cos(\varphi)\,\big| = \big|\,\|\vec{n}\|\,\big| \cdot \big|\,\|\overrightarrow{\mathrm{HP}}\|\,\big| \cdot \big|\cos(\varphi)\big|$

$= \|\vec{n}\| \cdot \|\overrightarrow{\mathrm{HP}}\| \cdot 1 = \|\vec{n}\|\,\|\overrightarrow{\mathrm{HP}}\|$

En utilisant le résultat obtenu en 2), on conclut finalement que :

$$\|\overrightarrow{\mathrm{HP}}\| = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{\mathrm{HP}}|}{\|\vec{n}\|} = \frac{|a\,x_0 + b\,y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$