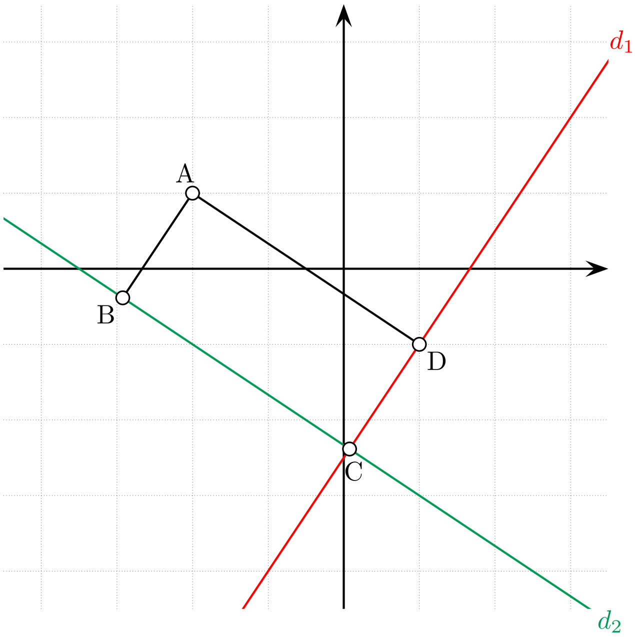
2.17



La droite d_1 s'écrit $3\,x - 2\,y - 5 = 0$ ou $y = \frac{3}{2}\,x - \frac{5}{2}$, si bien qu'elle admet comme vecteur directeur $\vec{d_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et comme pente $m_1 = \frac{3}{2}$.

La droite d_2 a pour équation $a\,x + 3\,y + 7 = 0$ ou $y = -\frac{a}{3}\,x - \frac{7}{3}$, de sorte qu'elle admet pour vecteur directeur $\vec{d_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ -a \end{pmatrix}$ et pour pente $m_2 = -\frac{a}{3}$.

On peut déterminer le paramètre a en exploitant de deux façons l'orthogonalité des droites d_1 et d_2 :

1) $d_1 \perp d_2 \iff 0 = \vec{d_1} \cdot \vec{d_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -a \end{pmatrix} = 6 - 3\,a \iff a = 2$

2) $d_1 \perp d_2 \iff -1 = m_1\,m_2 = \frac{3}{2} \cdot (-\frac{a}{3}) = -\frac{a}{2} \iff a = 2$

La droite d_2 a ainsi pour équation $2\,x + 3\,y + 7 = 0$.

Calculons la longueur AD du rectangle :

$$\mathrm{AD} = \delta(\mathrm{A}\,;d_1) = \frac{\left|\,3 \cdot (-2) - 2 \cdot 1 - 5\,\right|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \frac{13\,\sqrt{13}}{13} = \sqrt{13}$$

Calculons la largeur AB du rectangle :

$$\mathrm{AB} = \delta(\mathrm{A}\,;d_2) = \frac{\left|\,2 \cdot (-2) + 3 \cdot 1 + 7\,\right|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{6}{\sqrt{13}} = \frac{6\,\sqrt{13}}{13}$$

On conclut que l'aire du rectangle vaut : $\sqrt{13} \cdot \dfrac{6\,\sqrt{13}}{13} = 6$.