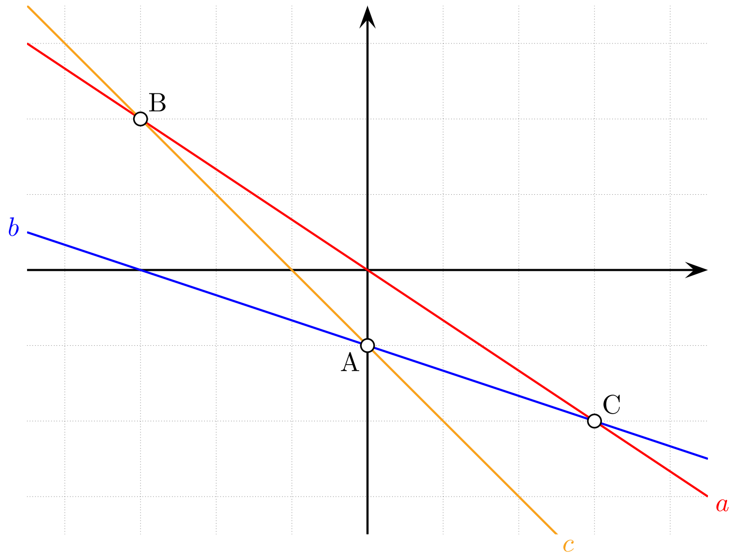
2.18



Calcul du point A

$$\begin{cases} x + 3\,y + 3 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

La seconde équation donne $x = -y - 1$ que l'on remplace dans la première : $-y - 1 + 3\,y + 3 = 0$ implique $y = -1$.

Par conséquent, $x = -(-1) - 1 = 0$, de sorte que $\boxed{\mathrm{A}(0\,;-1)}$.

Calcul du point B

$$\begin{cases} 2\,x + 3\,y \phantom{{}+1} = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

La seconde équation délivre $y = -x - 1$ que l'on substitue dans la première : $2\,x + 3\,(-x - 1) = 0$, d'où l'on tire que $x = -3$.

De là suit que $y = -(-3) - 1 = 2$ et donc $\boxed{\mathrm{B}(-3\,;2)}$.

Calcul du point C

$$\begin{cases} 2\,x + 3\,y \phantom{{}+3} = 0 \\ x + 3\,y + 3 = 0 \end{cases}$$

La seconde équation fournit $x = -3\,y - 3$ que l'on remplace dans la première : $2\,(-3\,y - 3) + 3\,y = 0$ délivre $y = -2$.

On obtient $x = -3 \cdot (-2) - 3 = 3$ et enfin $\boxed{\mathrm{C}(3\,;-2)}$.

Calcul de la hauteur issue de A

$$h_{\mathrm{A}} = \delta(\mathrm{A}\,;a) = \frac{\left|\,2 \cdot 0 + 3 \cdot (-1)\,\right|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{3}{\sqrt{13}} = \boxed{\frac{3\sqrt{13}}{13}}$$

Calcul de la hauteur issue de B

$$h_{\mathrm{B}} = \delta(\mathrm{B}\,;b) = \frac{\left|\,-3 + 3 \cdot 2 + 3\,\right|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{6}{\sqrt{10}} = \frac{6\sqrt{10}}{10} = \boxed{\frac{3\sqrt{10}}{5}}$$

Calcul de la hauteur issue de C

$$h_{\mathrm{C}} = \delta(\mathrm{C}\,;c) = \frac{\big|\,3 + (-2) + 1\,\big|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \boxed{\sqrt{2}}$$

Calcul de l'aire

$$\|\overrightarrow{\mathrm{BC}}\| = \left\|\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}\right\| = \left\|2\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}\right\| = |2|\,\left\|\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}\right\| = 2\sqrt{3^2 + (-2)^2} = \boxed{2\sqrt{13}}$$

$$\mathcal{A} = \tfrac{1}{2}\,\|\overrightarrow{\mathrm{BC}}\|\,h_{\mathrm{A}} = \tfrac{1}{2} \cdot 2\sqrt{13} \cdot \tfrac{3\sqrt{13}}{13} = \boxed{3}$$