2.21 Soit $(d) : a\,x + b\,y + c = 0$ une droite satisfaisant les conditions de l'énoncé.

Comme la droite recherchée doit passer par le point $\mathrm{P}(-2\,;3)$, on a :
$a \cdot (-2) + b \cdot 3 + c = 0$, d'où l'on déduit que $c = 2\,a - 3\,b$.

$$\delta(\mathrm{A}\,;d) = \frac{\left|\,5\,a - 3\,b + c\,\right|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\left|\,5\,a - 3\,b + (2\,a - 3\,b)\,\right|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\left|\,7\,a - 6\,b\,\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\delta(\mathrm{B}\,;d) = \frac{\left|\,3\,a + 7\,b + c\,\right|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\left|\,3\,a + 7\,b + (2\,a - 3\,b)\,\right|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\left|\,5\,a + 4\,b\,\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

La condition $\delta(\mathrm{A}\,;d) = \delta(\mathrm{B}\,;d)$ conduit à l'égalité $\left|\,7\,a - 6\,b\,\right| = \left|\,5\,a + 4\,b\,\right|$.
Deux cas se présentent dès lors :

1) $7\,a - 6\,b = 5\,a + 4\,b$
$2\,a - 10\,b = 0$
$a - 5\,b = 0$
$a = 5\,b$
En reprenant la formule de substitution $c = 2\,a - 3\,b$, on obtient
$c = 2 \cdot 5\,b - 3\,b = 7\,b$.
La première droite satisfaisant les exigences de l'énoncé a donc pour équation $5\,b\,x + b\,y + 7\,b = 0$.
En choisissant $b = 1$, on obtient $\boxed{5\,x + y + 7 = 0}$.

2) $7\,a - 6\,b = -(5\,a + 4\,b)$
$12\,a - 2\,b = 0$
$6\,a - b = 0$
$b = 6\,a$
La formule de substitution $c = 2\,a - 3\,b$ délivre $c = 2\,a - 3 \cdot 6\,a = -16\,a$.
La seconde droite répondant aux conditions de l'énoncé a donc pour équation $a\,x + 6\,a\,y - 16\,a = 0$.
En prenant $a = 1$, on obtient $\boxed{x + 6\,y - 16 = 0}$.