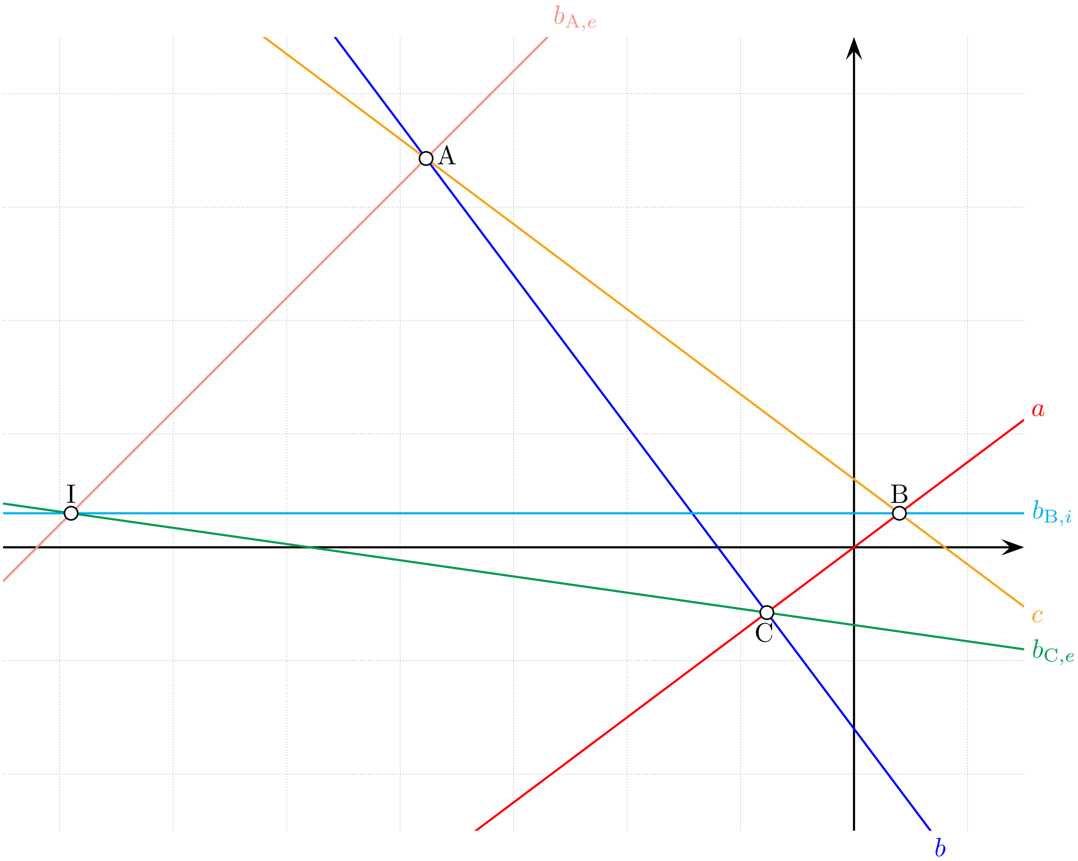
2.23



Calcul des bissectrices issues de A

La formule $\dfrac{4\,x+3\,y+24}{\sqrt{4^2+3^2}} = \pm\,\dfrac{3\,x+4\,y-12}{\sqrt{3^2+4^2}}$ implique

1) $4\,x+3\,y+24 = 3\,x+4\,y-12$, d'où l'on tire $\boxed{(b_{\mathrm{A},e}) : x-y+36=0}$;

2) $4\,x+3\,y+24 = -3\,x-4\,y+12$, d'où suit $\boxed{(b_{\mathrm{A},i}) : 7\,x+7\,y+12=0}$.

Calcul des bissectrices issues de B

La formule $\dfrac{3\,x-4\,y}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \pm\,\dfrac{3\,x+4\,y-12}{\sqrt{3^2+4^2}}$ délivre

1) $3\,x-4\,y = 3\,x+4\,y-12$ donne $-8\,y+12=0$, c'est-à-dire $\boxed{(b_{\mathrm{B},i}) : 2\,y-3=0}$;

2) $3\,x-4\,y = -3\,x-4\,y+12$ fournit $6\,x-12=0$, soit $\boxed{(b_{\mathrm{B},e}) : x-2=0}$.

Calcul des bissectrices issues de C

La formule $\dfrac{3\,x-4\,y}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \pm\,\dfrac{4\,x+3\,y+24}{\sqrt{4^2+3^2}}$ conduit à

1) $3\,x-4\,y = 4\,x+3\,y+24$, d'où suit $\boxed{(b_{\mathrm{C},e}) : x+7\,y+24=0}$;

2) $3\,x-4\,y = -4\,x-3\,y-24$, si bien que $\boxed{(b_{\mathrm{C},i}) : 7\,x-y+24=0}$.

Calcul de l'intersection $b_{\mathrm{A},e} \cap b_{\mathrm{B},i}$

$$\begin{cases} x - y + 36 = 0 \\ \phantom{x - {}} 2\,y - 3 = 0 \end{cases}$$

La seconde équation donne $y = \frac{3}{2}$ que l'on remplace dans la première :
$x - \frac{3}{2} + 36 = 0$ fournit $x = -\frac{69}{2}$.

Le point d'intersection des bissectrices $b_{\mathrm{A},e}$ et $b_{\mathrm{B},i}$ est donc $\boxed{\mathrm{I}(-\frac{69}{2}\,;\frac{3}{2})}$.

Pour montrer que les trois droites $b_{\mathrm{A},e}$, $b_{\mathrm{B},i}$ et $b_{\mathrm{C},e}$ sont concourantes, il suffit de vérifier que $\mathrm{I} \in b_{\mathrm{C},e}$: $-\frac{69}{2} + 7 \cdot \frac{3}{2} + 24 = 0$.