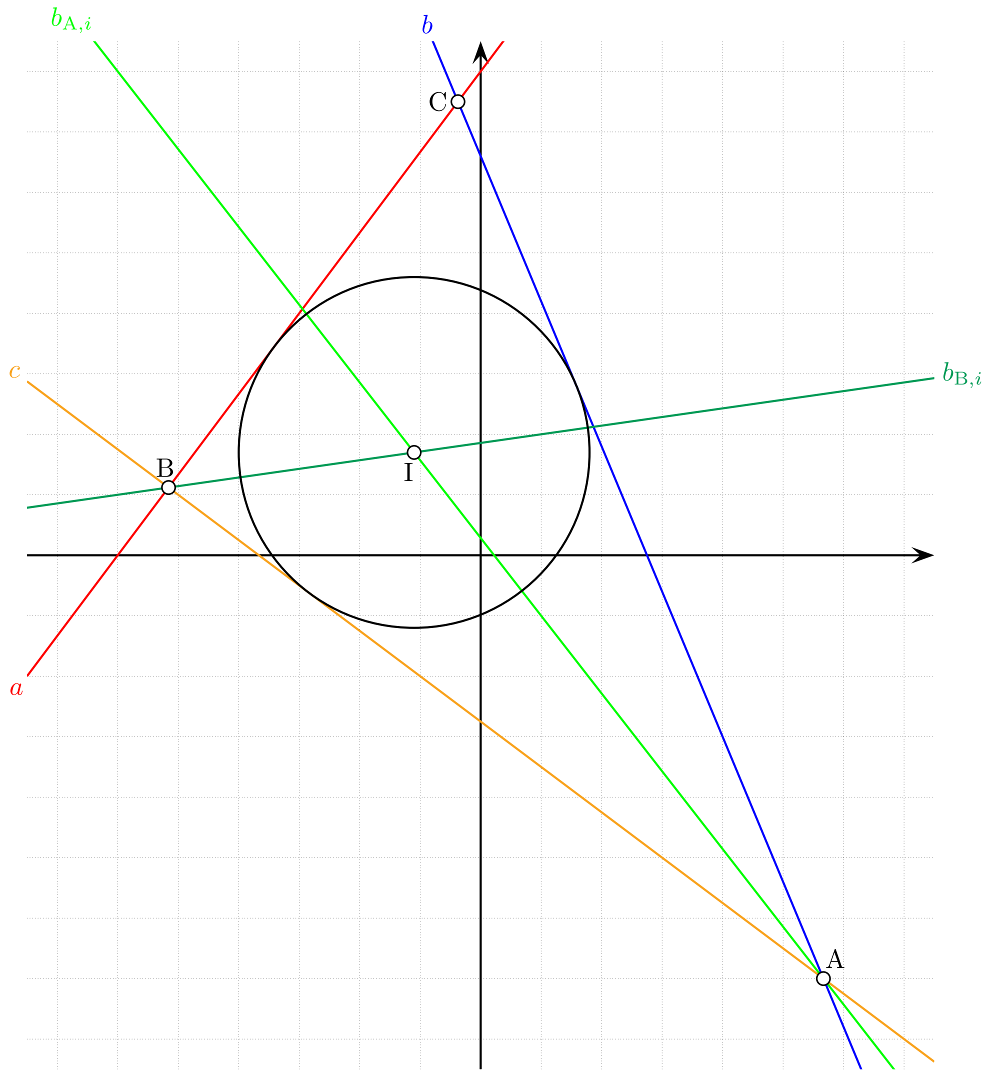
2.24



Étant donné que le centre I du cercle inscrit se situe à la même distance des côtés a, b et c, il se situe à l'intersection des bissectrices intérieures du triangle ABC.

Calcul des bissectrices issues de A

La formule $\dfrac{12\,x+5\,y-33}{\sqrt{12^2+5^2}} = \pm\,\dfrac{3\,x+4\,y+11}{\sqrt{3^2+4^2}}$ est équivalente à

$5\,(12\,x+5\,y-33) = \pm\,13\,(3\,x+4\,y+11)$

c'est-à-dire $60\,x+25\,y-115 = \pm\,(39\,x+52\,y+143)$

1) $60\,x+25\,y-165 = 39\,x+52\,y+143$ donne $(b_{A,e}) : 21\,x-27\,y-308=0$;
2) $60\,x+25\,y-165 = -39\,x-52\,y-143$ implique $99\,x+77\,y-22=0$ ou plus simplement $\boxed{(b_{A,i}) : 9\,x+7\,y-2=0}$.

Calcul des bissectrices issues de B

La formule $\dfrac{4\,x-3\,y+24}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} = \pm\,\dfrac{3\,x+4\,y+11}{\sqrt{3^2+4^2}}$ implique

$4\,x - 3\,y + 24 = \pm\,(3\,x + 4\,y + 11)\,.$

1) $4\,x - 3\,y + 24 = 3\,x + 4\,y + 11$ fournit $\boxed{(b_{\mathrm{B},i}) : x - 7\,y + 13 = 0}$;

2) $4\,x - 3\,y + 24 = -3\,x - 4\,y - 11$ conduit à $(b_{\mathrm{B},e}) : 7\,x + y + 35 = 0\,.$

Calcul du point $\mathrm{I} = b_{\mathrm{A},i} \cap b_{\mathrm{B},i}$

$$\begin{cases} 9\,x + 7\,y - 2 = 0 \\ x - 7\,y + 13 = 0 \end{cases}$$

En additionnant membre à membre ces deux équations, on obtient :
$10\,x + 11 = 0$, c'est-à-dire $x = -\frac{11}{10}\,.$

En remplaçant cette valeur de x dans la seconde équation, il apparaît que $-\frac{11}{10} - 7\,y + 13 = 0$, d'où l'on déduit que $y = \frac{17}{10}\,.$

Le centre du cercle inscrit est par conséquent $\boxed{\mathrm{I}(-\frac{11}{10}\,;\frac{17}{10})}$.

Calcul du rayon du cercle inscrit

Le rayon du cercle inscrit est donné par la distance du point I à l'une des droites a, b ou c.

$$r = \delta(\mathrm{I}\,; a) = \frac{\left|\,4 \cdot (-\frac{11}{10}) - 3 \cdot \frac{17}{10} + 24\,\right|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{\frac{29}{2}}{5} = \boxed{\frac{29}{10}}$$