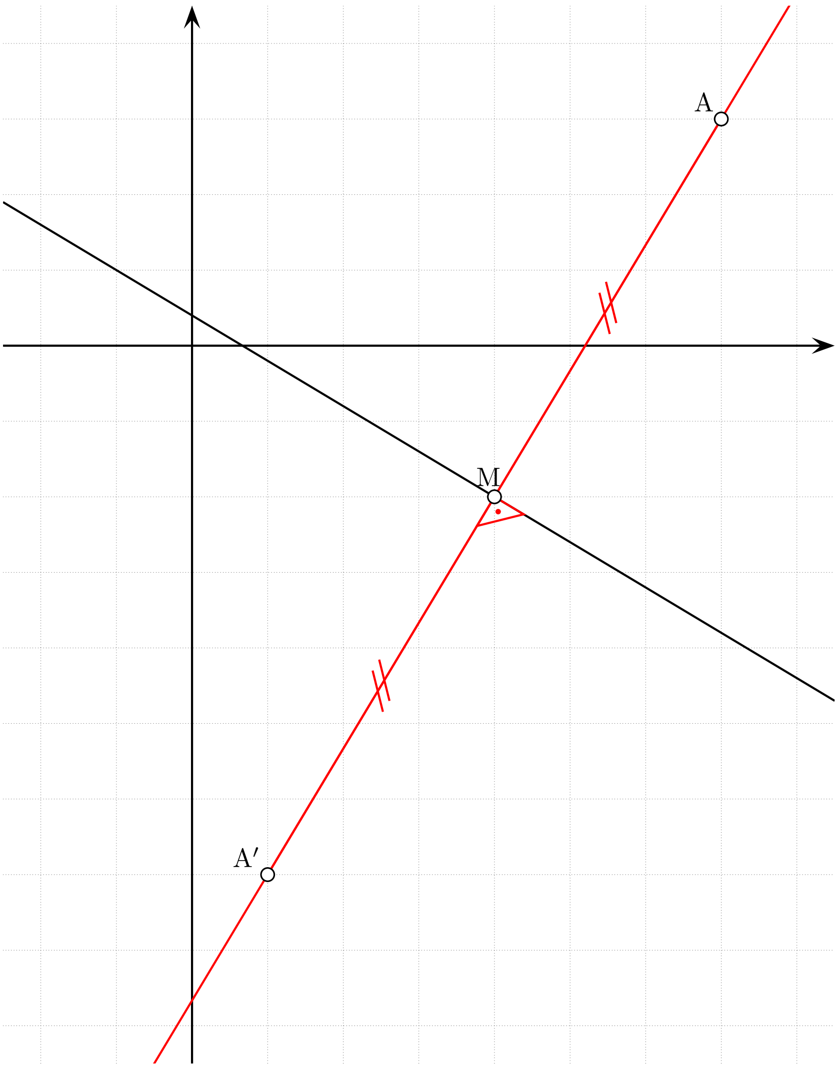
2.6



Recherchons l'équation de la perpendiculaire p à la droite $(d) : 3\,x+5\,y-2=0$ passant par le point $\text{A}(7\,;3)$.

Comme la droite d admet comme vecteur directeur $\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$, l'équation de la droite p est de la forme $5\,x-3\,y+c=0$.

La droite p passe en outre par le point $\text{A}(7\,;3)$: $5\cdot 7-3\cdot 3+c=0$, d'où l'on tire $c=-26$.

L'équation de la droite p est ainsi $5\,x-3\,y-26=0$.

Calculons les coordonnées du point $\text{M}=d\cap p$.

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3\,x+5\,y-2=0 \\ 5\,x-3\,y-26=0 \end{array}\right. \quad \begin{array}{|l} \cdot 3 \\ \cdot 5 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \cdot 5 \\ \cdot(-3) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9\,x+15\,y-6=0 \\ 25\,x-15\,y-130=0 \\ \hline 34\,x \qquad\quad -136=0 \end{array} \iff x=4 \qquad \begin{array}{r} 15\,x+25\,y-10=0 \\ -15\,x+9\,y+78=0 \\ \hline 34\,y+68=0 \end{array} \iff y=-2$$

On obtient $\text{M}(4\,;-2)$.

Déterminons enfin les coordonnées du point $\mathrm{A}'(a'_1\,;a'_2)$, sachant que le point M est le milieu des points A et A' :

L'égalité $\mathrm{M}(4\,;-2) = (\frac{7+a'_1}{2}\,;\frac{3+a'_2}{2})$ implique :

$$\begin{cases} 4 = \frac{7+a'_1}{2} & \Longleftrightarrow & 8 = 7 + a'_1 & \Longleftrightarrow & 1 = a'_1 \\ -2 = \frac{3+a'_2}{2} & \Longleftrightarrow & -4 = 3 + a'_2 & \Longleftrightarrow & -7 = a'_2 \end{cases}$$

On conclut que l'image du point A par la symétrie d'axe d est $\mathrm{A}'(1\,;-7)$.