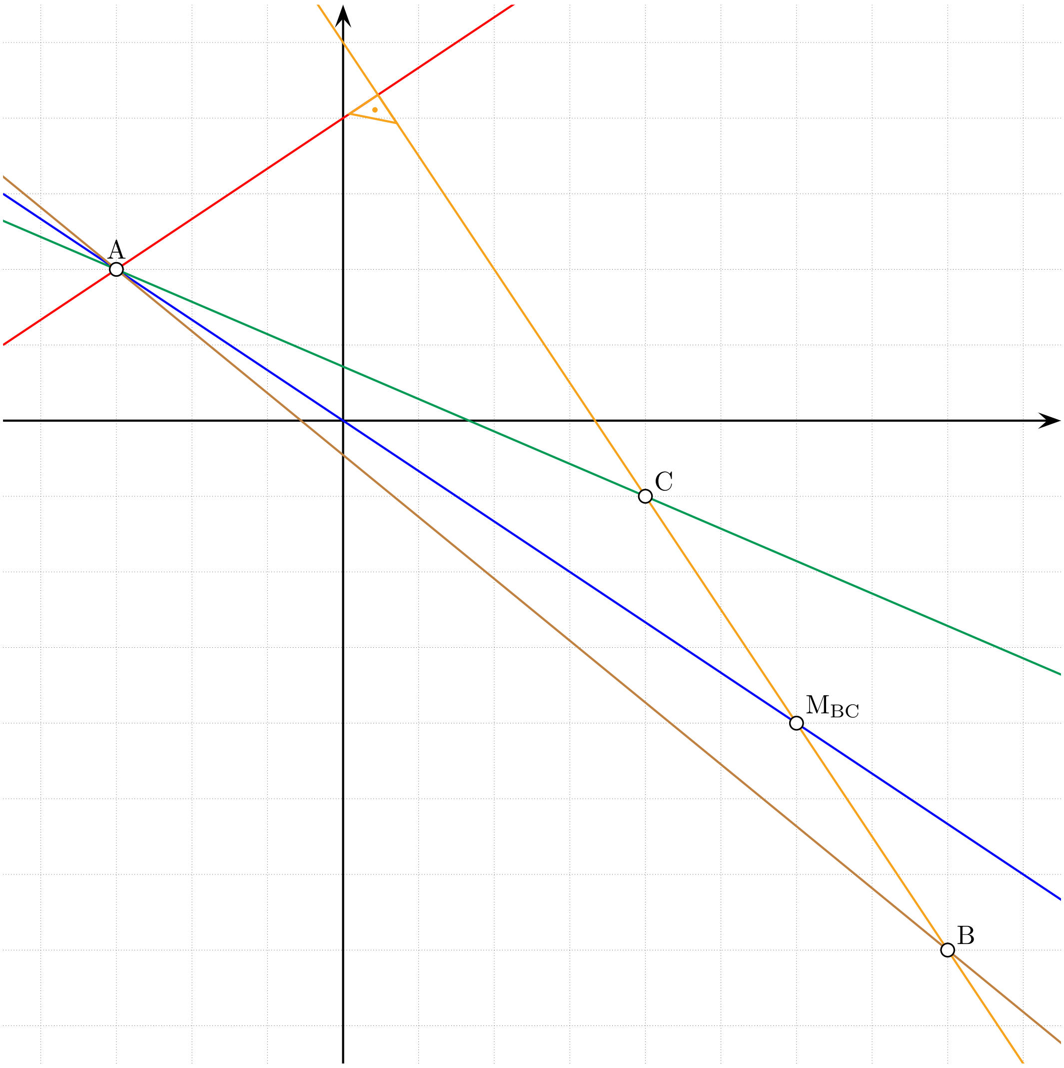
2.8



Calcul du point $A = \color{red}{h_A} \cap \color{blue}{g_A}$

$$\begin{cases} \color{red}{2\,x - 3\,y + 12 = 0} \\ \color{blue}{2\,x + 3\,y \qquad = 0} \end{cases}$$

L'addition de ces deux équations donne $4\,x + 12 = 0$, c'est-à-dire $x = -3$.

La seconde équation fournit $y = -\frac{2}{3}\,x = -\frac{2}{3} \cdot (-3) = 2$.

On a donc $\boxed{A(-3\,;2)}$.

Calcul de la droite a

La droite a est perpendiculaire à la hauteur $\color{red}{(h_A) : 2\,x - 3\,y + 12 = 0}$ qui admet pour vecteur directeur $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$: aussi est-elle de la forme $3\,x + 2\,y + c = 0$.

Vu qu'elle passe par le point $C(4\,;-1)$, on obtient $3 \cdot (4) + 2 \cdot (-1) + c = 0$, si bien que $c = -10$.

L'équation de la droite a est ainsi $\boxed{(a) : 3\,x + 2\,y - 10 = 0}$.

Calcul du point $\mathrm{M_{BC}} = a \cap g_{\mathrm{A}}$

$$\begin{cases} 3\,x + 2\,y - 10 = 0 \\ 2\,x + 3\,y \qquad = 0 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} \cdot 3 \\ \cdot(-2) \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} \cdot(-2) \\ \cdot 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{rcl} 9\,x + 6\,y - 30 &=& 0 \\ -4\,x - 6\,y \qquad &=& 0 \\ \hline 5\,x \qquad - 30 &=& 0 \end{array} \iff x = 6 \qquad \begin{array}{rcl} -6\,x - 4\,y + 20 &=& 0 \\ 6\,x + 9\,y \qquad &=& 0 \\ \hline 5\,y + 20 &=& 0 \end{array} \iff y = -4$$

On conclut à $\boxed{\mathrm{M_{BC}}(6\,;-4)}$.

Calcul du point B

Posons $\mathrm{B}(b_1\,;b_2)$. Puisque $\mathrm{M_{BC}}$ est le milieu des points B et C, on a :

$$\mathrm{M_{BC}}(6\,;-4) = \left(\tfrac{b_1+4}{2}\,;\tfrac{b_2+(-1)}{2}\right) \iff \begin{cases} 6 = \frac{b_1+4}{2} & \iff \quad 8 = b_1 \\ -4 = \frac{b_2+(-1)}{2} & \iff \quad -7 = b_2 \end{cases}$$

En résumé $\boxed{\mathrm{B}(8\,;-7)}$.

Calcul de la droite b

Étant donné que $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \begin{pmatrix} 4-(-3) \\ -1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$, la droite b est de la forme $3\,x + 7\,y + c = 0$.

De plus, elle doit passer par le point $\mathrm{A}(-3\,;2)$: $3\cdot(-3) + 7\cdot 2 + c = 0$ implique $c = -5$.

L'équation de la droite b est donc $\boxed{(b) : 3\,x + 7\,y - 5 = 0}$.

Calcul de la droite c

La droite c admet pour vecteur directeur $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} 8-(-3) \\ -7-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -9 \end{pmatrix}$ et passe par le point $\mathrm{A}(-3\,;2)$:

$$\begin{vmatrix} x-(-3) & 11 \\ y-2 & -9 \end{vmatrix} = -9\,(x+3) - 11\,(y-2) = -9\,x - 11\,y - 5 = 0$$

On conclut que la droite c admet pour équation $\boxed{(c) : 9\,x + 11\,y + 5 = 0}$.