

Ex. 1

a) $f(x) = \frac{3x(x^2-2)}{x^2-3}$, $D_f = \mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{3}\}$, $Z = \{0, \pm\sqrt{2}\}$

	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$
$3x$	-	-	-	+	+
x^2-2	+	+	0	-	-
x^2-3	+	0	-	-	0
$f(x)$	-	+	0	-	0

C'est une fonction impaire: $f(-x) = -f(x)$

AV: $\lim_{x \rightarrow \pm\sqrt{3}} f(x) = \frac{\pm 3\sqrt{3}}{0} = \infty$, il y a des AV d'équation $x = -\sqrt{3}$ et $x = \sqrt{3}$.

Vu les degrés, il y a une AO:

$$\begin{array}{r|l} 3x^3 - 6x & x^2 - 3 \\ -(3x^3 - 9x) & 3x \end{array}$$

L'éq de l'AO est $y = 3x$
 or $S(x) = \frac{3x}{x^2-3}$

Le graphe de f coupe l'AO en $P(0;0)$.

b) $f'(x) = \frac{3(3x^2-2)(x^2-3) - (3x^3-6x) \cdot 2x}{(x^2-3)^2} =$
 $= \frac{3(3x^4 - 11x^2 + 6) - 3(2x^4 - 4x^2)}{(x^2-3)^2} = \frac{3(x^4 - 7x^2 + 6)}{(x^2-3)^2}$

c)

	$-\sqrt{6}$	$-\sqrt{3}$	-1	1	$\sqrt{3}$	$\sqrt{6}$
$3(x^2-6)$	+	0	-	-	-	0
x^2-1	+	+	0	0	+	+
$(x^2-3)^2$	+	+	0	+	+	+
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	↗	↘	↘	↗	↘	↗
	max		min	max		min

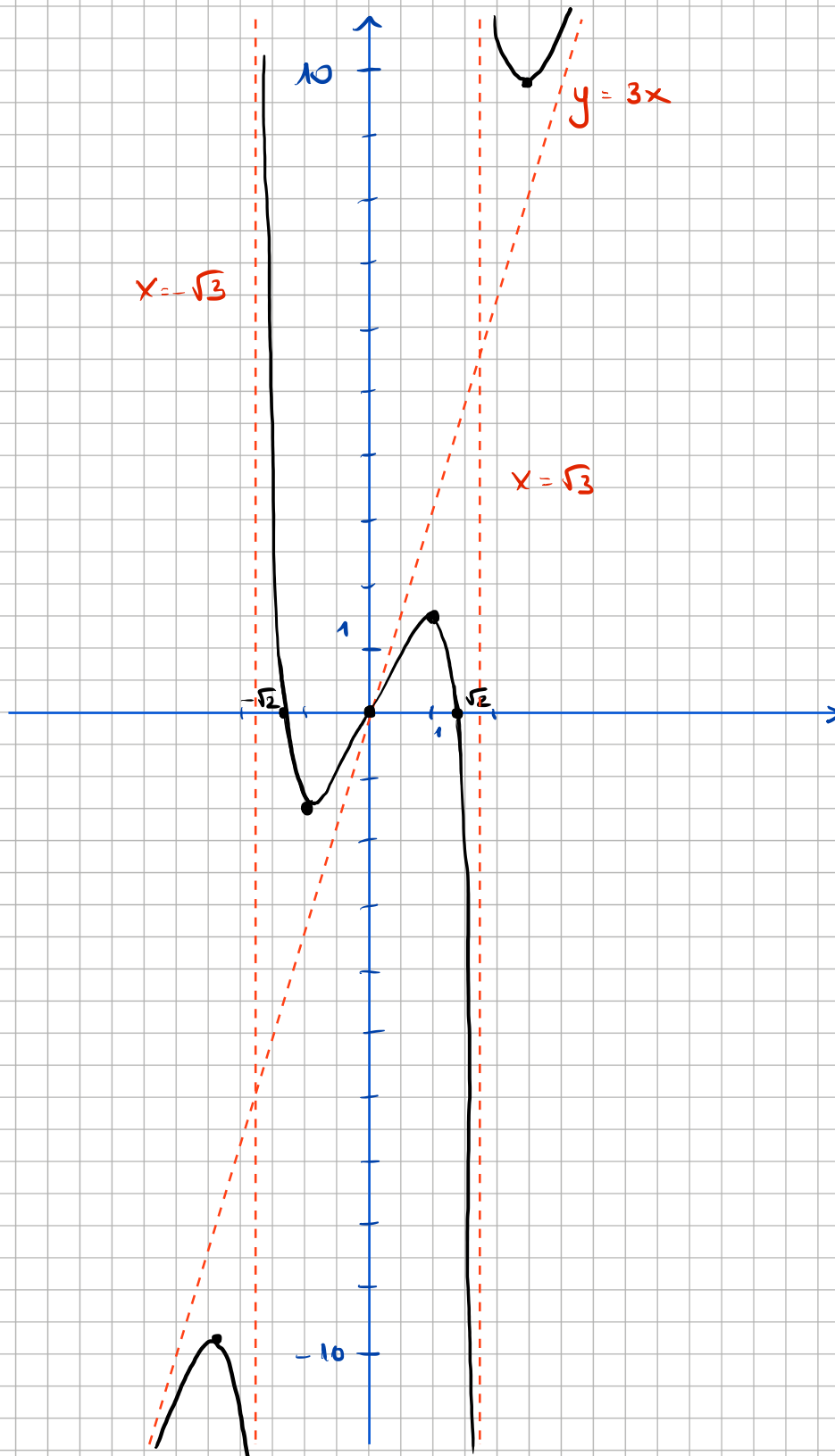
Max $(-\sqrt{6}, 4\sqrt{6})$
 $\approx 2,45 \quad \approx 9,8$

Min $(\sqrt{6}, -4\sqrt{6})$

Min $(-1, -1,5)$

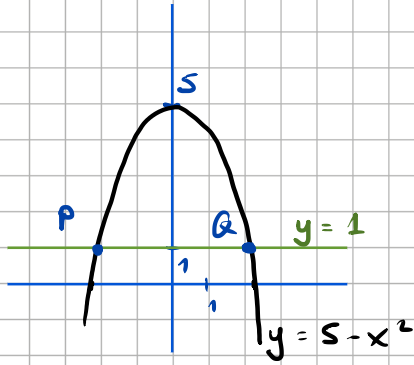
Max $(1, 1,5)$

d)



Ex. 2

b)



La courbe $y = 5 - x^2$ est une parabole concave de sommet $S(0; 5)$.

Les points P et Q ont pour abscisses les x tels que $5 - x^2 = 1$ donc $x^2 = 4$ et $x = \pm 2$.

Ainsi $P(-2; 1)$ et $Q(2; 1)$.

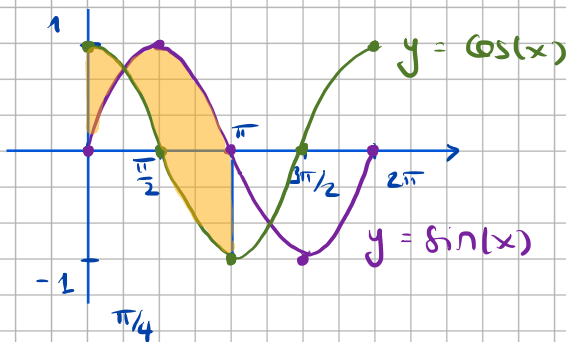
La courbe $y = 5 - x^2$ est au-dessus de $y = 1$ entre -2 et 2 .

Donc $V = \pi \int_{-2}^2 (5 - x^2)^2 - 1) dx$ (ou $2\pi \int_0^2 (5 - x^2)^2 - 1) dx$)

$$= \pi \int_{-2}^2 (x^4 - 10x^2 + 24) dx = \pi \left(\frac{1}{5}x^5 - \frac{10}{3}x^3 + 24x \right) \Big|_{-2}^2$$

$$= \pi \left(\frac{32}{5} - \frac{80}{3} + 48 \right) \cdot 2 = \pi \cdot \frac{416}{15} \cdot 2 = \frac{832\pi}{15} \approx 174,25$$

a)



$$\sin(x) = \cos(x) \Leftrightarrow$$

$$\tan(x) = 1 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k \cdot \pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$A = \int_0^{\pi/4} (\cos(x) - \sin(x)) dx + \int_{\pi/4}^{\pi} (\sin(x) - \cos(x)) dx =$$

$$= (\sin(x) + \cos(x)) \Big|_0^{\pi/4} + (-\cos(x) - \sin(x)) \Big|_{\pi/4}^{\pi} =$$

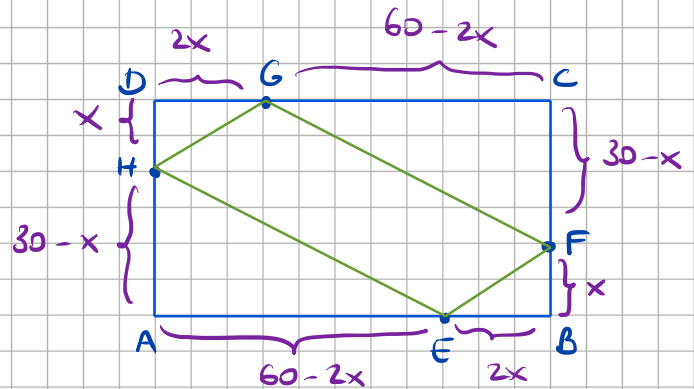
$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 0 - 1 + 1 - 0 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \approx 2,83$$

Ex. 3

L'aire du parallélogramme EFGH s'obtient en enlevant à l'aire du rectangle ABCD les aires des quatre triangles rectangles.

Donc

$$f(x) = 60 \cdot 30 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot x + \\ - 2 \cdot \frac{1}{2} (60 - 2x)(30 - x)$$



$$\Rightarrow f(x) = 1800 - 2x^2 - (1800 - 120x + 2x^2) \\ = -4x^2 + 120x$$

Les valeurs admissibles pour x sont $[0; 30]$.

On a $f'(x) = -8x + 120$ qui s'annule en $x = 15$,
qui est positive avant 15 et négative après.

L'aire est donc maximale pour $x = 15$ et
vaut alors 900.

Ex. 4

a) $(\Gamma): (x-1)^2 + (y-8)^2 = \overbrace{-7+1+64}^{58}$
 donc $C(1; 8)$
 et $r = \sqrt{58} \approx 7,6$

b) $\vec{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \end{pmatrix}$ et $\|\vec{AC}\| = \sqrt{116}$
 donc A est extérieur à Γ $\sqrt{116} > \sqrt{58}$
 $\delta = \|\vec{AC}\| - r = \sqrt{116} - \sqrt{58} \approx 3,15$

c) Si M est le milieu de [AC]
 alors $M(-1; 3)$ et
 (m): $2x + 5y = 13$

d) $B(4; 1)$ est sur m: $2 \cdot 4 + 5 \cdot 1 = 13$
 et sur Γ : $(4-1)^2 + (1-8)^2 = 58$ et on a
 $\vec{OD} = \vec{OM} + \underbrace{\vec{MD}}_{=\vec{BN}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix} \Rightarrow D(-6; 5)$

[Avec le système: $x = -\frac{5}{2}y + \frac{13}{2}$, donc

$$\left(-\frac{5}{2}y + \frac{13}{2}\right)^2 + y^2 - 16y + 64 = 58 \quad | \cdot 4$$

$$= \frac{1}{4}(-5y + 13)^2 = \frac{1}{4}(25y^2 - 130y + 169)$$

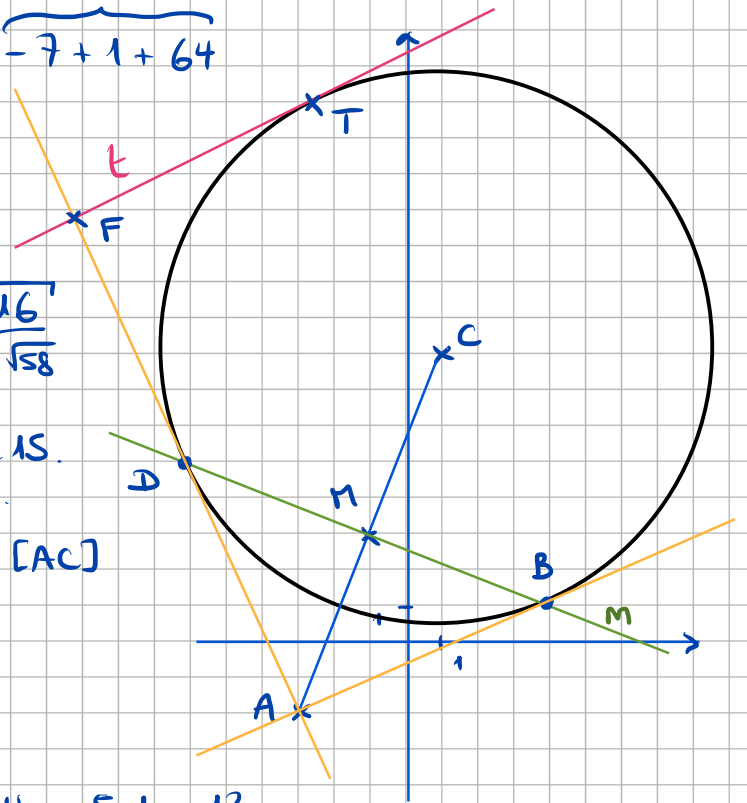
$$25y^2 - 130y + 169 + 4y^2 - 64y + 24 = 0$$

$$29y^2 - 174y + 145 = 0 \quad \Delta = 13456 = 116^2$$

$$y_{1,2} = \frac{174 \pm 116}{58} \begin{cases} 5 \Rightarrow D(-6; 5) \\ 1 \Rightarrow B(4; 1) \end{cases}$$

e) $\delta(C; (AD)) = \frac{|7 \cdot 1 + 3 \cdot 8 + 27|}{\sqrt{49+9}} = \frac{58}{\sqrt{58}} = \sqrt{58} = r$

donc (AD) est tangente à Γ



f) $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ donc $(AB): 3x - 7y = 5$.

g) On a $(t): 3x - 7y + c = 0$ et $\sqrt{58} = \frac{|3 - 7 \cdot 8 + c|}{\sqrt{58}}$

donc $|c - 53| = 58$ donc $c - 53 = \pm 58$

Avec le "-", on retrouve (AB) et donc

$$(t): 3x - 7y + 111 = 0.$$

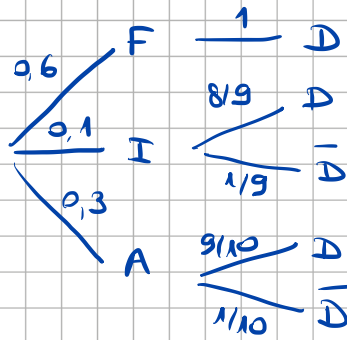
h) $ABTF$ est un rectangle, en effet $(AB) \perp (AD)$ vu leurs équations. Son aire vaut $2r^2 = 2 \cdot 58 = 116$.

En effet, $AB = d(C, (AD)) = r$ et $\|\vec{AF}\| = \|\vec{BT}\| = 2r$.

Ex 5

Corrige 2021 3Ms

- a) On note F = "un seul chiffre faux", I = "inversion de deux chiffres", A = "ajout ou soustr d'un chiffre".
Puis D = "le def de contrôle détecte l'erreur".



$$b) p(D) = 0,6 + 0,1 \cdot \frac{8}{9} + 0,3 \cdot \frac{9}{10} = \frac{863}{900} \approx 95,89\%$$

- c) C'est une prob. conditionnelle :

$$p(F | D) = \frac{p(F \cap D)}{p(D)} = \frac{0,6 \cdot 1}{863/900} = \frac{540}{863} \approx 62,57\%$$

$$d) p(D | \bar{A}) = \frac{p(D \cap \bar{A})}{p(\bar{A})} = \frac{0,6 + 0,1 \cdot \frac{8}{9}}{0,6 + 0,1} = \frac{62}{63} \approx 98,41\%$$

$$e) p(8 \text{ CB détectés}) = C_8^{10} \left(\frac{863}{900} \right)^8 \cdot \left(\frac{37}{900} \right)^2 \approx 5,44\%$$

$$f) p(\bar{D} \text{ sur au moins un}) = 1 - p(10 \text{ CB détectés}) = 1 - \left(\frac{863}{900} \right)^{10} \approx 34,28\%$$