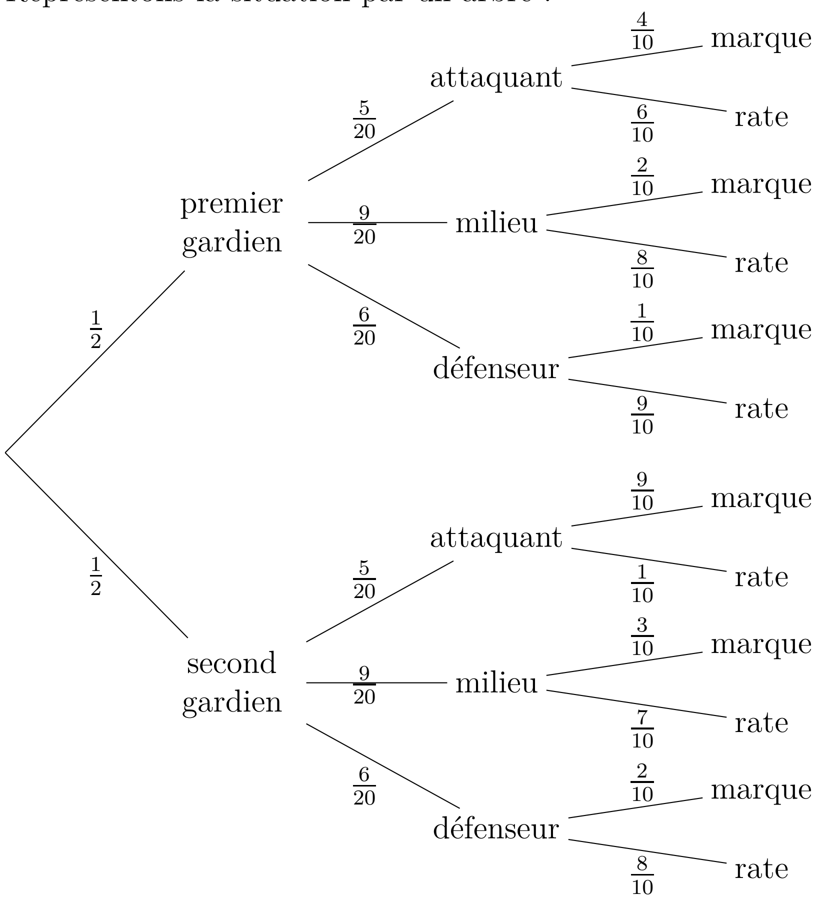
Chamblandes 2016 — Problème 6

a) Il faut choisir, sans tenir compte de l'ordre puisque l'on ne tient pas compte des rôles, 11 joueurs parmi 22 :
$C_{11}^{22} = 705\ 432$

b) On doit choisir
2 attaquants parmi 5
ET 4 milieux parmi 9
ET 4 défenseurs parmi 6
ET 1 gardien parmi 2 :
$C_2^5 \cdot C_4^9 \cdot C_4^6 \cdot C_1^2 = 10 \cdot 126 \cdot 15 \cdot 2 = 37\ 800$

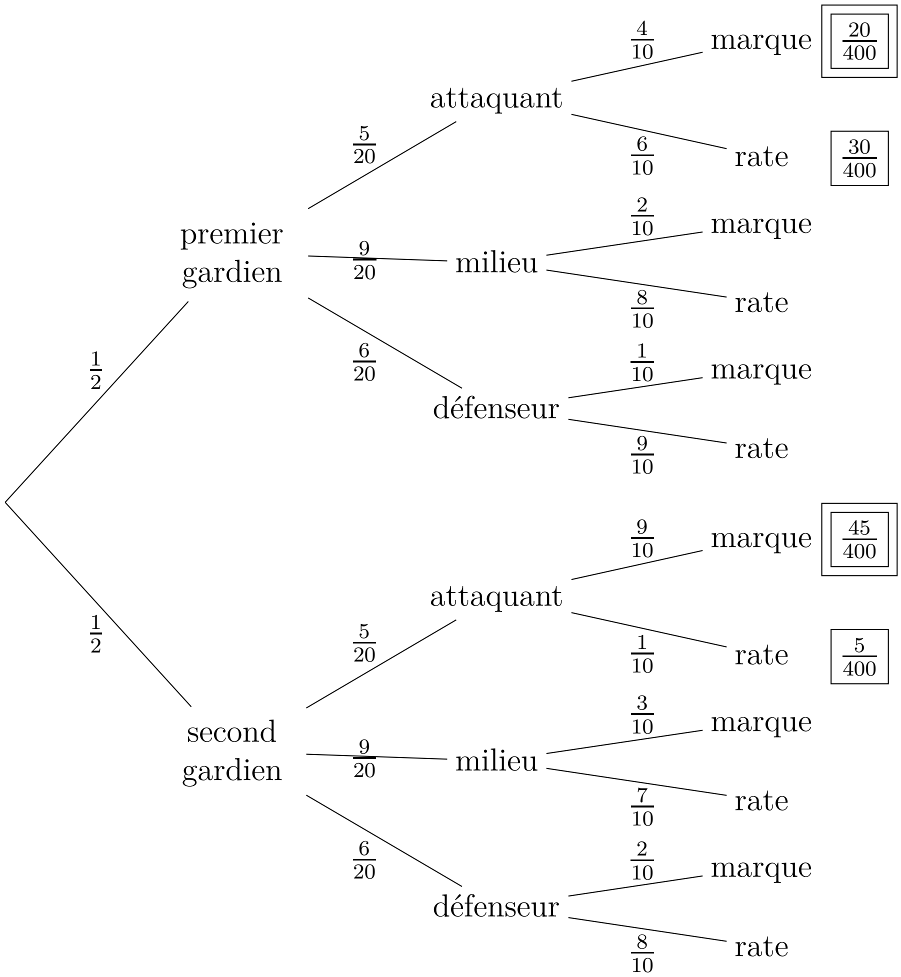
c) Représentons la situation par un arbre :



La probabilité que le joueur choisi au hasard marque vaut :
$\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{2}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{20} \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{20} \cdot \frac{9}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{20} \cdot \frac{2}{10} =$
$\frac{20}{400} + \frac{18}{400} + \frac{6}{400} + \frac{45}{400} + \frac{27}{400} + \frac{12}{400} = \frac{128}{400} = \frac{8}{25} = 32\,\%$

d) **Méthode 1**

On considère qu'il s'agit d'une probabilité conditionnelle : on calcule le rapport des cas favorables (le joueur est un attaquant et marque) et des cas possibles (le joueur est un attaquant).

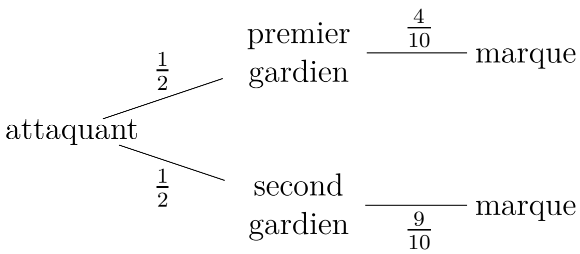


La probabilité recherchée vaut :

$$\frac{\frac{20}{400}+\frac{45}{400}}{\frac{20}{400}+\frac{30}{400}+\frac{45}{400}+\frac{5}{400}} = \frac{\frac{65}{400}}{\frac{100}{400}} = \frac{65}{100} = \frac{13}{20} = 65\,\%$$

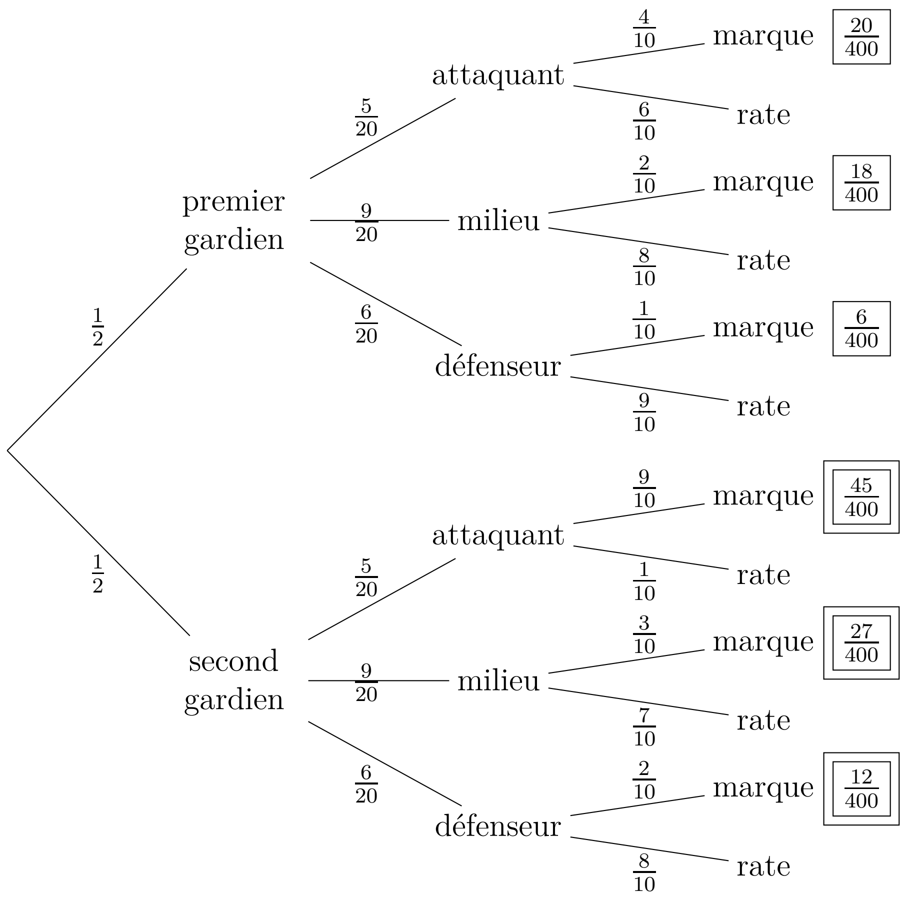
Méthode 2

Il n'est pas nécessaire de passer par une probabilité conditionnelle. Il suffit de considérer un arbre partiel :



La probabilité recherchée est : $\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{10}+\frac{1}{2}\cdot\frac{9}{10} = \frac{4}{20}+\frac{9}{20} = \frac{13}{20} = 65\,\%$

e) On a bien affaire ici à une probabilité conditionnelle :



La probabilité recherchée vaut :

$$\frac{\frac{45}{400}+\frac{27}{400}+\frac{12}{400}}{\frac{20}{400}+\frac{18}{400}+\frac{6}{400}+\frac{45}{400}+\frac{27}{400}+\frac{12}{400}} = \frac{\frac{84}{128}}{\frac{128}{400}} = \frac{84}{128} = \frac{21}{32} = 65{,}625\,\%$$

f) Il s'agit d'une loi binomiale dont la probabilité de succès a été calculée à la question c) : $\frac{8}{25}$

On demande la probabilité que le joueur marque exactement 4 OU 5 fois :

$$C_4^5\left(\frac{8}{25}\right)^4\left(1-\frac{8}{25}\right)^{5-4}+C_5^5\left(\frac{8}{25}\right)^5\left(1-\frac{8}{25}\right)^{5-5}=$$

$$5\cdot\left(\frac{8}{25}\right)^4\cdot\frac{17}{25}+1\cdot\left(\frac{8}{25}\right)^5\cdot 1=\frac{69\ 632}{1\ 953\ 125}+\frac{32\ 768}{9\ 765\ 625}=\frac{380\ 928}{9\ 765\ 625}\approx 3{,}90\,\%$$