

22) Problème 1

$$f(x) = \left(27 \cdot \left(\frac{5}{x^4} - \frac{30}{x^6} \right) \right) = \frac{135(x^2 - 6)}{x^6}$$

a) zeros : $\{\pm\sqrt{6}\}$ $\text{ED } f = \mathbb{R}^*$

	$-\sqrt{6}$	0	$\sqrt{6}$	
$135(x^2 - 6)$	+	0	-	0
x^6	+	+	0	+
$f(x)$	+	0	-	0

(f est une fonction paire)

AV : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$, AV : $x = 0$

AH : $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, AH : $y = 0$ (les intersections de

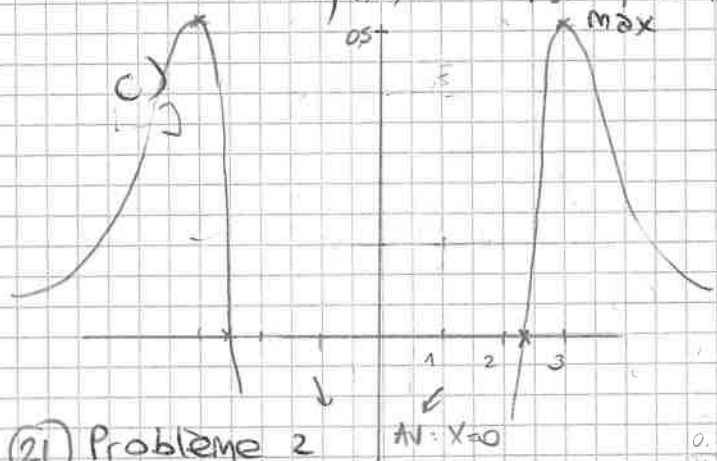
l'AH avec le graphe sont les zeros)

b) $f'(x) = \frac{135 \cdot 2x \cdot x^6 - 135(x^2 - 6) \cdot 6x^5}{x^{12}} = \frac{540(9 - x^2)}{x^7}$

	-3	0	3	
$540(9 - x^2)$	-	0	+	0
x^7	-	-	0	+
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	→	→	→	→

(f' est une fonction impaire)

Max en $(-3; \frac{5}{9})$ et en $(3; \frac{5}{9})$



d) $P(1; -675)$

$f'(1) = 4320$

(+) : $y = 4320x - 4995$

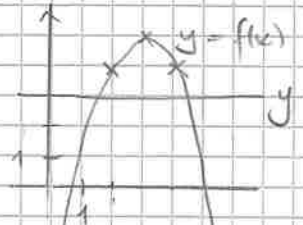
21) Problème 2

a) Div. euclidienne

$$\begin{array}{r|l} 6x^2 + x + 1 & 2x + 1 \\ - (6x^2 + 3x) & 3x - 1 \\ \hline -2x + 1 & \\ - (-2x - 1) & \\ \hline 2 & \end{array}$$

donc $\int \frac{6x^2 + x + 1}{2x + 1} dx = \int \left(3x - 1 + \frac{2}{2x + 1} \right) dx =$

$$= \frac{3}{2}x^2 - x + \ln(|2x + 1|) + C.$$

b)  $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$
 $\Leftrightarrow (x-4)(x-2) = 0$

Vu le dessin, $A = \int_2^4 (-x^2 + 6x - 4 - 4) dx =$
 $= \left(-\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 8x \right) \Big|_2^4 = -\frac{64}{3} + 48 - 32 + \frac{8}{3} - 12 + 16 = \frac{4}{3}$

c) On résout $\cos(3x + \pi) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 3x + \pi = \frac{\pi}{3} + k_1 \cdot 2\pi \\ 3x + \pi = -\frac{\pi}{3} + k_2 \cdot 2\pi, k_1, k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} f(x) = \\ = -3 \sin(3x + \pi) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k_1 \cdot \frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{4\pi}{3} + k_2 \cdot \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x/2}}{\ln(x+1)} = \frac{0}{0} \stackrel{BH}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} e^{-x/2}}{1/(x+1)} = \frac{1}{2}$

17) Probleme 3

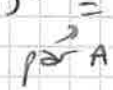
a) $M_{AB} \left(-\frac{13}{2}; \frac{11}{2} \right)$, $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $(m_{AB}) : x + y = -1$.

b) $\vec{BC} = \begin{pmatrix} 18 \\ -24 \end{pmatrix} = 6 \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \perp \vec{v}_d = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

et $M_{BC}(18; 9) \in n$ car $18 = 10 + 4 \cdot 2$, $9 = 3 + 3 \cdot 2$.

c) On calcule $m_{AB} \cap m_{BC}$:

$10 + 4k + 3 + 3k = -1$, donc $7k = -14$, $k = -2$.

Ainsi $C_1(2; -3)$ et $(\gamma) : (x-2)^2 + (y+3)^2 = 625$


d) On résout $\frac{(8+4k)^2}{16(2+k)^2} + \frac{(6+3k)^2}{9(2+k)^2} = 625$

donc $25(2+k)^2 = 625 \Rightarrow (2+k)^2 = 25$

Donc $2+k = \pm 5 : k = 3$ ou -7 . $P(22; 12)$ et $Q(-18; -18)$.

e) $\frac{x-y+12}{\sqrt{2}} = \pm \frac{x-7y-48}{5\sqrt{2}} \quad | \cdot 5\sqrt{2} \quad \Leftrightarrow$

$5(x-y+12) = \pm (x-7y-48)$

$\oplus (b_1) : 4x + 2y + 108 = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 54 = 0$

$\ominus (b_2) : 6x - 12y + 12 = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2 = 0$

f)

$P(22, 12) \in b_2$ car $22 - 2 \cdot 12 + 2 = 0$.

11) Probleme 4

Volume : $x^2 y$

Contrainte : $360(2x^2 + 2xy) + 240xy = 54'000 \quad | : 240$

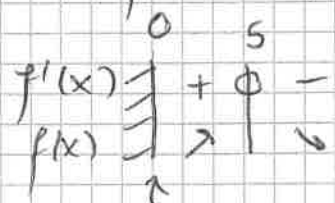
$3x^2 + 3xy + xy = 225 \quad \Leftrightarrow$

$3x^2 + 4xy = 225$

Donc $y = \frac{225 - 3x^2}{4x} = \frac{225}{4x} - \frac{3}{4}x$

On veut maximiser $f(x) = \frac{225}{4} \cdot x - \frac{3}{4}x^3$

On a $f'(x) = \frac{225}{4} - \frac{9}{4}x^2$ qui s'annule en $x = \pm 5$



Le volume est donc

maximal pour $x = 5m, y = 7,5m$

valeurs admissibles : $x, y \geq 0$

⑬ Problème 5

$$a) P(3 \text{ épicéas}) = 0,44^3 \approx 8,52\%$$

$$b) \text{ Il y a } 100 - 44 - 18 - 15 = 23\% \text{ de telles espèces.}$$

$$\text{Donc } p = (0,23)^7 \approx 0,0034\% < 0,01\%.$$

$$c) p = 1 - (1 - 0,18)^5 \approx 62,93\%$$

$$d) C_2^5 \cdot C_1^3 \cdot C_2^2 = 0,44^2 \cdot 0,18 \cdot 0,15^2 \approx 2,35\%$$

$$e) p(\text{sapin} | \text{sapin ou épicéa}) = \frac{0,15}{0,15 + 0,44} \approx 25,42\%$$