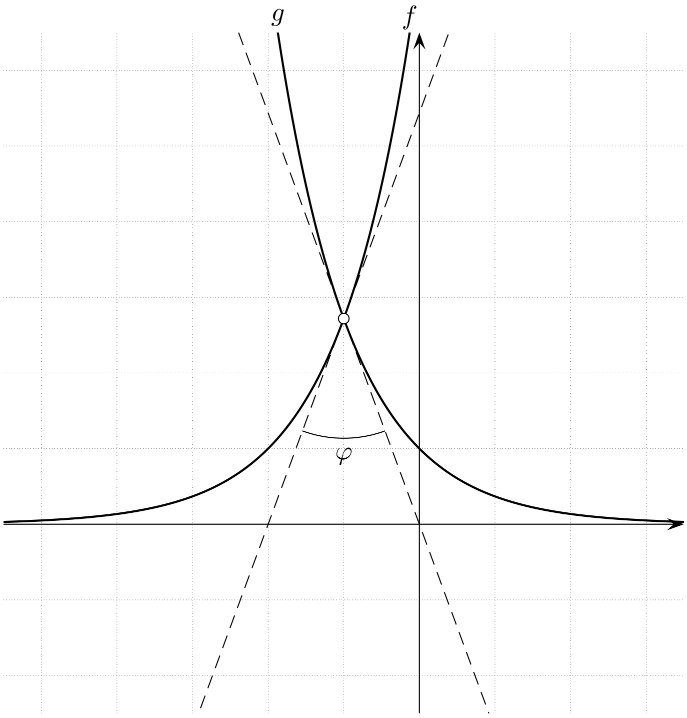
9.11



Posons $f(x) = e^{x+2}$ et $g(x) = e^{-x}$.

Intersection des graphes de f et de g

$e^{x+2} = e^{-x}$
$\ln(e^{x+2}) = \ln(e^{-x})$
$x + 2 = -x$
$2\,x + 2 = 0$
$x = -1$

Puisque $f(-1) = g(-1) = e^1 = e$, les graphes des fonctions f et g se coupent au point $\boxed{(-1\,;e)}$.

Tangente au graphe de f au point d'intersection

On applique la formule $y = f'(x_0)\,(x - x_0) + f(x_0)$ avec $x_0 = -1$.

$f'(x) = (e^{x+2})' = e^{x+2}\,(x+2)' = e^{x+2} \cdot 1 = e^{x+2}$
$f'(-1) = e^{-1+2} = e^1 = e$

$y = e\,\big(x - (-1)\big) + e = e\,(x+1) + e = e\,x + 2\,e$
On a ainsi obtenu l'équation de la tangente $\boxed{y = e\,x + 2\,e}$.

Tangente au graphe de g au point d'intersection

$g'(x) = (e^{-x})' = e^{-x}\,(-x)' = e^{-x} \cdot (-1) = -e^{-x}$
$g'(-1) = -e^{-(-1)} = -e^1 = -e$

$y = -e\,\big(x - (-1)\big) + e = -e\,(x+1) + e = -e\,x$

On a trouvé l'équation de l'autre tangente $\boxed{y = -e\,x}$.

Angle entre les graphes de f et de g

L'angle sous lequel les graphes des fonctions f et g se coupent correspond à l'angle formé par leurs tangentes en leur point d'intersection.

Il s'agit donc de calculer l'angle φ formé par les droites de pentes respectives $m_1 = e$ et $m_2 = -e$.

$\tan(\varphi) = \left|\dfrac{m_2 - m_1}{1 + m_1\,m_2}\right| = \left|\dfrac{-e-e}{1+e\,(-e)}\right| = \left|\dfrac{-2\,e}{1-e^2}\right| = \dfrac{2\,e}{e^2-1} \approx 0{,}851$

$\varphi = \arctan\!\left(\dfrac{2\,e}{e^2-1}\right) \approx \boxed{40{,}395^\circ}$