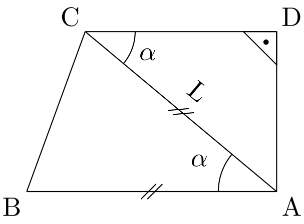
8.13 grande base $= \mathrm{AB} = \mathrm{L}$
petite base $= \mathrm{CD} = \mathrm{L}\,\cos(\alpha)$
base moyenne $= \frac{1}{2}\,\mathrm{L}\,\big(1+\cos(\alpha)\big)$



hauteur $= \mathrm{AD} = \mathrm{L}\,\sin(\alpha)$

aire du trapèze $= \frac{1}{2}\,\mathrm{L}^2\,\sin(\alpha)\,\big(1+\cos(\alpha)\big) = f(\alpha)$

$$\begin{aligned}
f'(\alpha) &= \Big(\tfrac{1}{2}\,\mathrm{L}^2\,\sin(\alpha)\,\big(1+\cos(\alpha)\big)\Big)' = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{L}^2\,\Big(\sin(\alpha)\,\big(1+\cos(\alpha)\big)\Big)'\\
&= \tfrac{1}{2}\,\mathrm{L}^2\,\Big(\sin'(\alpha)\,\big(1+\cos(\alpha)\big) + \sin(\alpha)\,\big(1+\cos(\alpha)\big)'\Big)\\
&= \tfrac{1}{2}\,\mathrm{L}^2\,\Big(\cos(\alpha)\,\big(1+\cos(\alpha)\big) + \sin(\alpha)\,\big(-\sin(\alpha)\big)\Big)\\
&= \tfrac{1}{2}\,\mathrm{L}^2\,\big(\cos(\alpha) + \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)\big)\\
&= \tfrac{1}{2}\,\mathrm{L}^2\,\Big(\cos(\alpha) + \cos^2(\alpha) - \big(1-\cos^2(\alpha)\big)\Big)\\
&= \tfrac{1}{2}\,\mathrm{L}^2\,\big(2\,\cos^2(\alpha) + \cos(\alpha) - 1\big)\\
&= \tfrac{1}{2}\,\mathrm{L}^2\,\big(2\,\cos(\alpha) - 1\big)\,\big(\cos(\alpha) + 1\big)
\end{aligned}$$

1) $2\,\cos(\alpha) - 1 = 0$ donne $\cos(\alpha) = \frac{1}{2}$, d'où $\alpha = \pm\frac{\pi}{3} + 2\,k\,\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$
2) $\cos(\alpha) + 1 = 0$ entraîne $\cos(\alpha) = -1$, d'où $\alpha = \pi + 2\,k\,\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

Mais la donnée du problème requiert $\alpha \in [0\,;\frac{\pi}{2}]$.

	0		$\frac{\pi}{3}$		$\frac{\pi}{2}$
f'		$+$	0	$-$	
f		$\nearrow$	max	$\searrow$	

Ainsi l'aire du trapèze est maximale si $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

Elle vaut alors $f(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}\,\mathrm{L}^2\,\sin(\frac{\pi}{3})\,\big(1+\cos(\frac{\pi}{3})\big) = \frac{1}{2}\,\mathrm{L}^2\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,(1+\frac{1}{2}) = \frac{3\sqrt{3}}{8}\,\mathrm{L}^2$