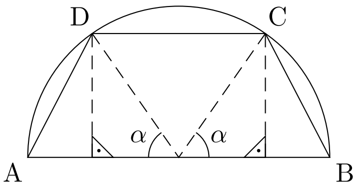
8.14 grande base $= \mathrm{AB}$

petite base $= 2 \cdot (\frac{1}{2}\,\mathrm{AB})\,\cos(\alpha) = \mathrm{AB}\,\cos(\alpha)$

base moyenne $= \frac{1}{2}\,\mathrm{AB}\,\big(1 + \cos(\alpha)\big)$

hauteur $= \frac{1}{2}\,\mathrm{AB}\,\sin(\alpha)$

aire du trapèze $= \frac{1}{4}\,(\mathrm{AB})^2\,\sin(\alpha)\,\big(1+\cos(\alpha)\big) = f(\alpha)$



$$\begin{aligned}
f'(\alpha) &= \Big(\tfrac{1}{4}\,(\mathrm{AB})^2\,\sin(\alpha)\,\big(1+\cos(\alpha)\big)\Big)' = \tfrac{1}{4}\,(\mathrm{AB})^2\,\Big(\sin(\alpha)\,\big(1+\cos(\alpha)\big)\Big)' \\
&= \tfrac{1}{4}\,(\mathrm{AB})^2\,\Big(\sin'(\alpha)\,\big(1+\cos(\alpha)\big) + \sin(\alpha)\,\big(1+\cos(\alpha)\big)'\Big) \\
&= \tfrac{1}{4}\,(\mathrm{AB})^2\,\Big(\cos(\alpha)\,\big(1+\cos(\alpha)\big) + \sin(\alpha)\,\big(-\sin(\alpha)\big)\Big) \\
&= \tfrac{1}{4}\,(\mathrm{AB})^2\,\big(\cos(\alpha) + \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)\big) \\
&= \tfrac{1}{4}\,(\mathrm{AB})^2\,\Big(\cos(\alpha) + \cos^2(\alpha) - \big(1 - \cos^2(\alpha)\big)\Big) \\
&= \tfrac{1}{4}\,(\mathrm{AB})^2\,\big(2\,\cos^2(\alpha) + \cos(\alpha) - 1\big) \\
&= \tfrac{1}{4}\,(\mathrm{AB})^2\,\big(2\,\cos(\alpha) - 1\big)\,\big(\cos(\alpha) + 1\big)
\end{aligned}$$

1) $2\,\cos(\alpha) - 1 = 0$ donne $\cos(\alpha) = \frac{1}{2}$, d'où $\alpha = \pm\frac{\pi}{3} + 2\,k\,\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

2) $\cos(\alpha) + 1 = 0$ entraîne $\cos(\alpha) = -1$, d'où $\alpha = \pi + 2\,k\,\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

Mais la donnée du problème requiert $\alpha \in [0\,;\frac{\pi}{2}]$.

	0		$\frac{\pi}{3}$		$\frac{\pi}{2}$
f'		$+$	0	$-$	
f		$\nearrow$	max	$\searrow$	

Ainsi l'aire du trapèze est maximale si $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

Elle vaut $f(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{4}\,(\mathrm{AB})^2\,\sin(\frac{\pi}{3})\,\big(1+\cos(\frac{\pi}{3})\big) = \frac{1}{4}\,(\mathrm{AB})^2\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,(1+\frac{1}{2}) = \frac{3\sqrt{3}}{16}\,(\mathrm{AB})^2$