8.20

1) $(x)' = \Big(\sin\big(\arcsin(x)\big)\Big)'$

$1 = \sin'\big(\arcsin(x)\big)\,\big(\arcsin(x)\big)' = \cos\big(\arcsin(x)\big)\,\big(\arcsin(x)\big)'$

$\dfrac{1}{\cos\big(\arcsin(x)\big)} = \big(\arcsin(x)\big)'$

2) La relation fondamentale $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$ donne $\cos^2(\alpha) = 1 - \sin^2(\alpha)$, puis $\cos(\alpha) = \pm\sqrt{1 - \sin^2(\alpha)}$.

Mais, si $\alpha \in [-\frac{\pi}{2}\,;\,\frac{\pi}{2}]$, alors $\cos(\alpha) \geqslant 0$.
D'où $\cos(\alpha) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha)}$.

3) Par définition, $\arcsin(x) \in [-\frac{\pi}{2}\,;\,\frac{\pi}{2}]$ pour tout $x \in [-1\,;1]$. Donc
$\big(\arcsin(x)\big)' = \dfrac{1}{\cos\big(\arcsin(x)\big)} = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \sin^2\big(\arcsin(x)\big)}} = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$