Fonctions trigonométriques

$D_{\sin} = \mathbb{R}$ et image$(\sin) = [-1;1]$. $\sin(-x) = -\sin x$: impaire. $\sin(x+2\pi) = \sin(x)$: période$(\sin(x)) = 2\pi$.

$D_{\cos} = \mathbb{R}$ et image$(\cos) = [-1;1]$. $\cos(-x) = \cos(x)$: paire. $\cos(x+2\pi) = \cos(x)$: période$(\cos(x)) = 2\pi$.

$\tan(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$, $D_{\tan} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}\}$. image$(\tan) =]-\infty;+\infty[$

$\cos(x+\pi) = -\cos(x)$
$\sin(x+\pi) = -\sin(x)$ donc $\tan(x+\pi) = \tan(x)$: période$(\tan(x)) = \pi$. $\tan(-x) = -\tan(x)$: impaire

période$(\sin(ax+b))$ = période$(\cos(ax+b)) = \frac{2\pi}{|a|}$

période$(\tan(ax+b)) = \frac{\pi}{|a|}$

pour $m, n \in \mathbb{Z}$: période$(\cos^m(x) \cdot \sin^n(x)) = \begin{cases} \pi & \text{si } m+n \text{ est paire} \\ 2\pi & \text{si } m+n \text{ est impaire} \end{cases}$

période$(f(x) + g(x))$ = plus petit multiple commun (période$(f(x))$; période$(g(x))$)

⚠ on vérifie la période p : $f(x+p) = \ldots = f(x)$

⚠ parité, vérifier une "valeur" et une "-valeur" permet de déterminer que la fonction est quelconque mais pas paire ou impaire.
Par exemple $f(x) = (x^2-1)x + 1$ admet $f(1) = 1 = f(-1)$ mais cette fonction est quelconque (comme on le voit avec $f(-2) = -5 \neq \pm 7 = f(2)$.)

zéros de $\sin(g(x)) = 0 \Leftrightarrow g(x) = 0 + k\pi = k\pi$ où $k \in \mathbb{Z} = \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \ldots\}$

zéros de $\cos(g(x)) = 0 \Leftrightarrow g(x) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

zéros de $\tan(g(x)) = 0 \Leftrightarrow g(x) = 0 + k\pi = k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$ (et $g(x) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ sont "interdits")

Rappel on a toujours $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$, ce qui permet par exemple de remplacer $\sin^2(x)$ par $1 - \cos^2(x)$.

$$\lim_{h \to 0} \frac{\sin(h)}{h} = 1$$

$(\sin(x))' = \cos(x)$ et donc $(\sin(g(x)))' = \cos(g(x)) \cdot g'(x)$

$(\cos(x))' = -\sin(x)$ et donc $(\cos(g(x)))' = -\sin(g(x)) \cdot g'(x)$

$(\tan(x))' = \frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$ donc $(\tan(g(x)))' = \frac{g'(x)}{\cos^2(g(x))} = (1 + \tan^2(g(x))) \cdot g'(x)$

$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ donc $(\arcsin(g(x)))' = \frac{g'(x)}{\sqrt{1-g^2(x)}}$

$(\arccos(x))' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ donc $(\arccos(g(x)))' = -\frac{g'(x)}{\sqrt{1-g^2(x)}}$

$(\arctan(x))' = \frac{1}{1+x^2}$ donc $(\arctan(g(x)))' = \frac{g'(x)}{1+g^2(x)}$