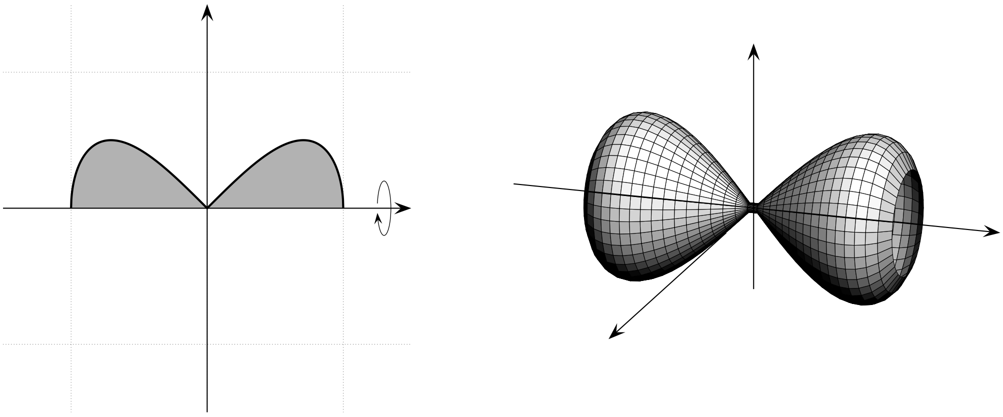
11.16 Étudions le signe de $x^2 - x^4$ pour connaître d'une part là où $\sqrt{x^2 - x^4}$ est définie et d'autre part là où la courbe d'équation $y = \sqrt{x^2 - x^4}$ coupe l'axe des abscisses.

$x^2 - x^4 = x^2\,(1 - x^2) = x^2\,(1 + x)\,(1 - x) = 0$

		-1		0		1	
x^2	$+$		$+$	0	$+$		$+$
$1 + x$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$1 - x$	$+$		$+$		$+$	0	$-$
$x^2 - x^4$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$



$$\pi \int_{-1}^{1} \left(\sqrt{x^2 - x^4}\right)^2 dx = \pi \int_{-1}^{1} (x^2 - x^4)\,dx = \pi \left(\tfrac{1}{3}\,x^3 - \tfrac{1}{5}\,x^5 \Big|_{-1}^{1} \right)$$

$$= \pi \left(\left(\tfrac{1}{3} \cdot 1^3 - \tfrac{1}{5} \cdot 1^5\right) - \left(\tfrac{1}{3} \cdot (-1)^3 - \tfrac{1}{5} \cdot (-1)^5\right) \right)$$

$$= \pi \left(\left(\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{5}\right) - \left(-\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5}\right) \right)$$

$$= \pi \left(\tfrac{2}{15} - \left(-\tfrac{2}{15}\right) \right) = \tfrac{4\,\pi}{15}$$