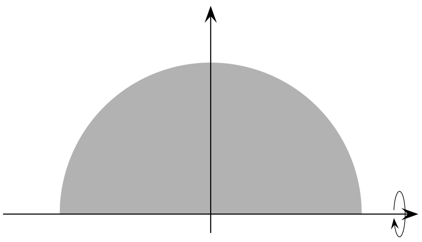
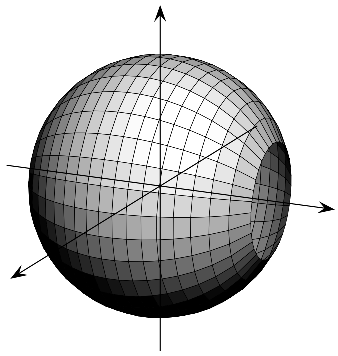
11.20 La sphère est engendrée par la rotation autour de l'axe des abscisses du demi-disque supérieur centré à l'origine et de rayon r. Puisque l'équation du cercle est $x^2 + y^2 = r^2$, il en résulte $y = \sqrt{r^2 - x^2}$, vu que $y \geqslant 0$.





$$\pi \int_{-r}^{r} \big(\sqrt{r^2 - x^2}\big)^2 \, dx = \pi \int_{-r}^{r} \big(r^2 - x^2\big) \, dx = \pi \left(r^2 \, x - \tfrac{1}{3} \, x^3 \, \Big|_{-r}^{r} \right) =$$

$$\pi \Big(\big(r^2 \cdot r - \tfrac{1}{3} \, r^3\big) - \big(r^2 \cdot (-r) - \tfrac{1}{3} \, (-r)^3\big) \Big) = \pi \, \big(\tfrac{2}{3} \, r^3 - (-\tfrac{2}{3} \, r^3)\big) = \tfrac{4}{3} \, \pi \, r^3$$