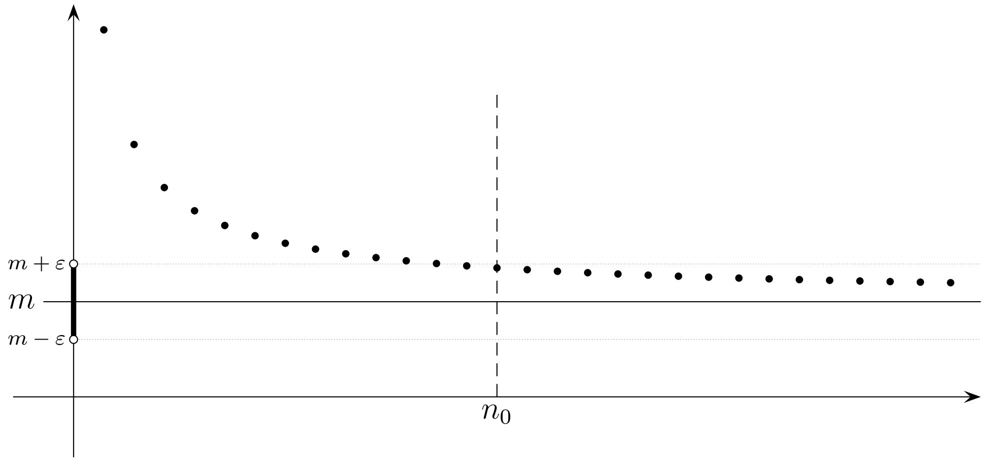
3.11 Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite décroissante et minorée. Désignons par m sa borne inférieure, c'est-à-dire son plus grand minorant.



Soit $\varepsilon > 0$.

Il existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que $m + \varepsilon > u_{n_0}$:
dans le cas contraire, $m+\varepsilon \leqslant u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, ce qui signifie que $m+\varepsilon$ est un minorant de la suite, qui est plus grand que m, contredisant la définition de la borne inférieure.

Étant donné que la suite est décroissante, on a $m + \varepsilon > u_{n_0} \geqslant u_n \geqslant m$ pour tout $n \geqslant n_0$. En d'autres termes, pour tout $n \geqslant n_0$, on a $|u_n - m| < \varepsilon$.

On a ainsi montré qu'une suite décroissante et minorée converge vers sa borne inférieure.