3.17 Soit $n \in \mathbb{N}$.

1) $u_n = \dfrac{\sqrt{n^2+1}}{n} > \dfrac{\sqrt{n^2}}{n} = \dfrac{n}{n} = 1$

2) $u_n = \dfrac{\sqrt{n^2+1}}{n} < \dfrac{\sqrt{n^2+2\,n+1}}{n} = \dfrac{\sqrt{(n+1)^2}}{n} = \dfrac{n+1}{n}$

En résumé, on a obtenu $1 < u_n < \dfrac{n+1}{n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Comme $\lim\limits_{n\to+\infty} 1 = 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n+1}{n} = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n\,(1+\frac{1}{n})}{n} = \lim\limits_{n\to+\infty} 1 + \frac{1}{n} = \lim\limits_{n\to+\infty} 1 + \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 1 + 0 = 1$, on conclut que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ grâce au théorème des gendarmes.