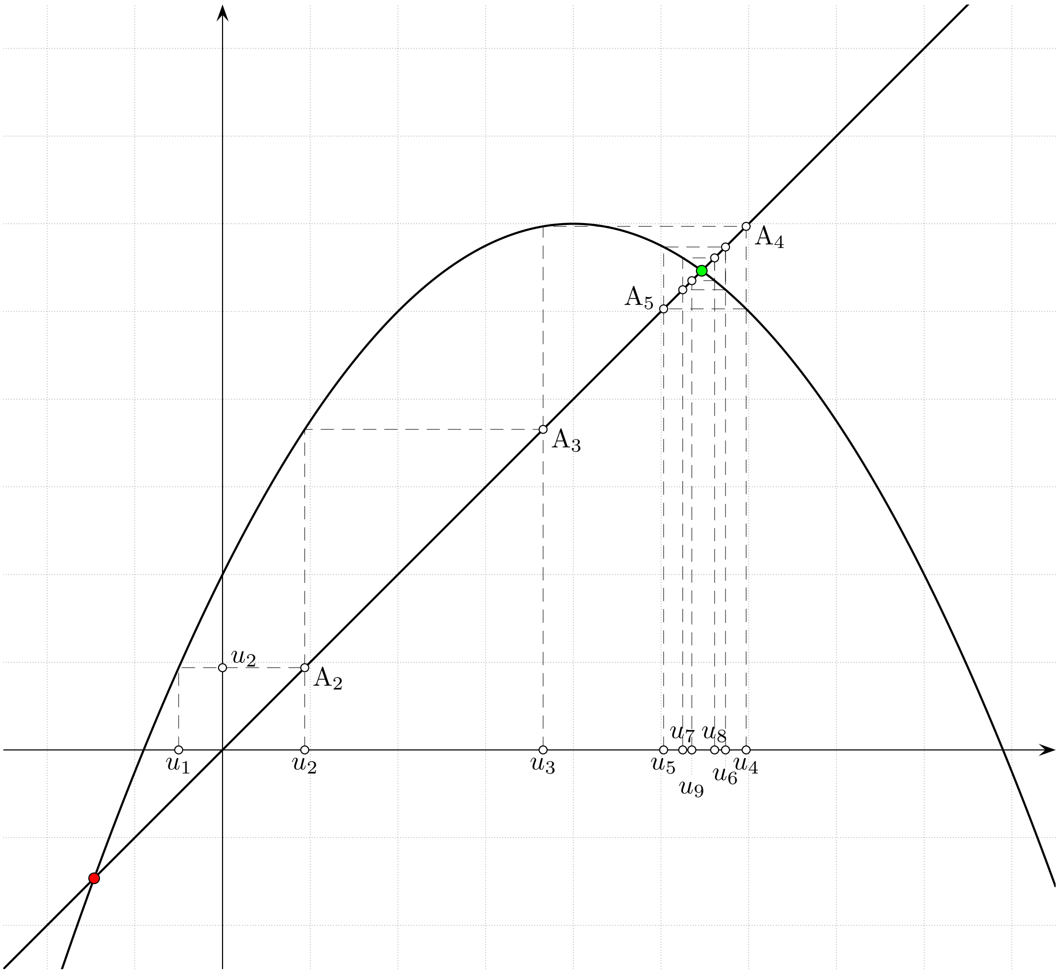
3.19



6) D'après ce graphique, la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ semble converger vers l'abscisse de l'un des points d'intersection du graphe de f et de la droite d.

Calculons donc les coordonnées de ces points d'intersection :

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{4}\,x^2 + 2\,x + 2 \\ y = x \end{cases}$$

$-\frac{1}{4}\,x^2 + 2\,x + 2 = x$

$-\frac{1}{4}\,x^2 + x + 2 = 0$

$x^2 - 4\,x - 8 = 0$

$\Delta = (-4)^2 - 4\cdot 1\cdot(-8) = 48 = 3\cdot 4^2$

$x_1 = \frac{-(-4)-4\,\sqrt{3}}{2\cdot 1} = \frac{4}{2} - \frac{4\,\sqrt{3}}{2} = 2 - 2\,\sqrt{3}$

$x_2 = \frac{-(-4)+4\,\sqrt{3}}{2\cdot 1} = \frac{4}{2} + \frac{4\,\sqrt{3}}{2} = 2 + 2\,\sqrt{3}$

Au vu du graphique, il semblerait ainsi que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $2 + 2\,\sqrt{3}$.