

**3.8**

- 1) Comme la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge vers  $a$ , en choisissant  $\varepsilon = 1$ , on doit avoir l'existence d'un  $n_0 \in \mathbb{N}$  tel que pour tout  $n \geq n_0$  on ait  $|u_n - a| < 1$ .  
Or  $|u_n - a| < 1$  si et seulement si  $u_n \in ]a - 1 ; a + 1[$ .  
C'est pourquoi, seuls les termes  $u_1, u_2, \dots, u_{n_0-1}$ , en nombre fini, sont susceptibles d'être en dehors de l'intervalle  $]a - 1 ; a + 1[$ .
- 2) Posons  $m = \min(u_1, u_2, \dots, u_{n_0-1}, a - 1)$ . Alors  $m \leq u_n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .  
Posons  $M = \max(u_1, u_2, \dots, u_{n_0-1}, a + 1)$ . Alors  $u_n \leq M$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .
- 3) On a ainsi montré que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est minorée et majorée, c'est-à-dire bornée.