3.5 La fonction $\log_a(x)$ n'est définie que si $x > 0$, car $a^y > 0$ pour tout $y \in \mathbb{R}$.

1) $\log_a(x)$ est défini si $x > 0$: $\mathrm{D} =]0\,;+\infty[$

$$\log_a(x) = \log_a(16) + 2\,\log_a(3) - 2\,\log_a(2) - \tfrac{1}{2}\,\log_a(9)$$
$$\log_a(x) = \log_a(16) + \log_a(3^2) - \log_a(2^2) - \log_a(9^{\frac{1}{2}})$$
$$\log_a(x) = \log_a(16) + \log_a(9) - \log_a(4) - \log_a(\sqrt{9})$$
$$\log_a(x) = \log_a(16) + \log_a(9) - \log_a(4) - \log_a(3)$$
$$\log_a(x) = \log_a(\tfrac{16\cdot 9}{4\cdot 3})$$
$$\log_a(x) = \log_a(12)$$
$$x = 12 \in \mathrm{D}$$
$$\mathrm{S} = \{12\}$$

2) $\log_a(x)$ est défini si $x > 0$: $\mathrm{D} =]0\,;+\infty[$

$$\log_a(x) = 4\,\log_a(5) + \log_a(\tfrac{1}{5}) - 3\,\log_a(3) + \tfrac{1}{3}\,\log_a(27)$$
$$\log_a(x) = 4\,\log_a(5) - \log_a(5) - 3\,\log_a(3) + \tfrac{1}{3}\,\log_a(3^3)$$
$$\log_a(x) = 3\,\log_a(5) - 3\,\log_a(3) + \tfrac{1}{3}\cdot 3\,\log_a(3)$$
$$\log_a(x) = 3\,\log_a(5) - 3\,\log_a(3) + \log_a(3)$$
$$\log_a(x) = 3\,\log_a(5) - 2\,\log_a(3)$$
$$\log_a(x) = \log_a(5^3) - \log_a(3^2)$$
$$\log_a(x) = \log_a(125) - \log_a(9)$$
$$\log_a(x) = \log_a(\tfrac{125}{9})$$
$$x = \tfrac{125}{9} \in \mathrm{D}$$
$$\mathrm{S} = \{\tfrac{125}{9}\}$$