4.10 Considérons la décomposition en facteurs premiers d'un nombre naturel n :

$n = p_1^{\alpha_1}\, p_2^{\alpha_2}\, \ldots\, p_k^{\alpha_k}$

$n^2 = p_1^{2\,\alpha_1}\, p_2^{2\,\alpha_2}\, \ldots\, p_k^{2\,\alpha_k}$

Ainsi un nombre est un carré parfait si, dans sa décomposition en facteurs premiers, tous les facteurs premiers apparaissent à une puissance paire.

$$\begin{array}{r|l} 1998 & 2 \\ 999 & 3 \\ 333 & 3 \\ 111 & 3 \\ 37 & 37 \\ 1 & \end{array}$$

$1998 = 2 \cdot 3^3 \cdot 37$

Pour obtenir des exposants pairs pour chaque facteur premier, il faut multiplier 1998 par $2 \cdot 3 \cdot 37 = 222$.

On vérifie en effet que $1998 \cdot 222 = (2 \cdot 3^3 \cdot 37) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 37) = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 37^2 = (2 \cdot 3^2 \cdot 37)^2 = 666^2$.