4.17 1) $11\,994 = 3 \cdot 3998$

$(n-3)\,(n-3998) = n^2 - 4001\,n + 11\,994$

Si $\mathrm{S} = 4001$, alors (E) admet pour solutions $n = 3$ et $n = 3998$.

2) Si $n = 5$ était solution de (E), alors on aurait $5^2 - 5\,\mathrm{S} + 11\,994 = 0$, c'est-à-dire $11\,994 = -5^2 + 5\,\mathrm{S} = 5\,(-5+\mathrm{S})$.

Cela signifierait que 11 994 est divisible par 5, ce qui n'est pas le cas.

3) Si n est une solution de (E), alors $n^2 - \mathrm{S}\,n + 11\,994 = 0$, d'où suit $11\,994 = -n^2 + \mathrm{S}\,n = n\,(-n+\mathrm{S})$.

Il en résulte que n divise 11 994 si n est solution de (E).

4)
$$\begin{array}{r|l} 11\,994 & 2 \\ 5997 & 3 \\ 1999 & 1999 \\ 1 & \end{array}$$

Vérifions que 1999 est premier : ($\sqrt{1999} \approx 44{,}71$)

(a) $1999 \equiv 1 \not\equiv 0 \mod 2$

(b) $1999 \equiv 1 \not\equiv 0 \mod 3$

(c) $1999 \equiv 4 \not\equiv 0 \mod 5$

(d) $1999 \equiv 4 \not\equiv 0 \mod 7$

(e) $1999 \equiv 8 \not\equiv 0 \mod 11$

(f) $1999 \equiv 10 \not\equiv 0 \mod 13$

(g) $1999 \equiv 10 \not\equiv 0 \mod 17$

(h) $1999 \equiv 4 \not\equiv 0 \mod 19$

(i) $1999 \equiv 21 \not\equiv 0 \mod 23$

(j) $1999 \equiv 27 \not\equiv 0 \mod 29$

(k) $1999 \equiv 15 \not\equiv 0 \mod 31$

(l) $1999 \equiv 1 \not\equiv 0 \mod 37$

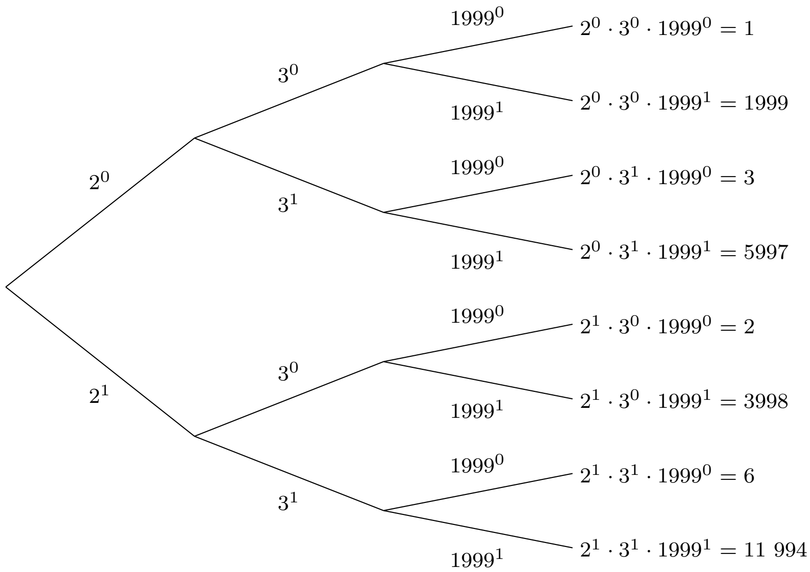
(m) $1999 \equiv 31 \not\equiv 0 \mod 41$

(n) $1999 \equiv 21 \not\equiv 0 \mod 43$

Puisque $11\,994 = 2 \cdot 3 \cdot 1999$, tous les diviseurs de 11 994 s'écrivent :

$$2^\alpha \cdot 3^\beta \cdot 1999^\gamma \text{ avec } \begin{cases} 0 \leqslant \alpha \leqslant 1 \\ 0 \leqslant \beta \leqslant 1 \\ 0 \leqslant \gamma \leqslant 1 \end{cases}.$$

Dressons leur liste à l'aide d'un arbre :



(a) $n_1 = 1$ et $n_2 = 11\ 994$
(E) : $(n-1)\,(n-11\ 994) = n^2 - 11\ 995\,n + 11\ 994 = 0$

(b) $n_1 = 2$ et $n_2 = 5997$
(E) : $(n-2)\,(n-5997) = n^2 - 5999\,n + 11\ 994 = 0$

(c) $n_1 = 3$ et $n_2 = 3998$
(E) : $(n-3)\,(n-3998) = n^2 - 4001\,n + 11\ 994 = 0$

(d) $n_1 = 6$ et $n_2 = 1999$
(E) : $(n-6)\,(n-1999) = n^2 - 2005\,n + 11\ 994 = 0$

En résumé S peut prendre les valeurs 2005, 4001, 5999 ou 11 995.