4.18 1) Pour tout $1 \leq i \leq k$, on a $0 \leq \min(\alpha_i, \beta_i) \leq \alpha_i$ et $0 \leq \min(\alpha_i, \beta_i) \leq \beta_i$.

Il en résulte, d'après l'exercice 4.11, que $p_1^{\min(\alpha_1, \beta_1)} p_2^{\min(\alpha_2, \beta_2)} \dots p_k^{\min(\alpha_k, \beta_k)}$ divise a et b .

2) (a) Puisque d est un diviseur de a , d s'écrit, au vu de l'exercice 4.11, $d = p_1^{\delta_1} p_2^{\delta_2} \dots p_k^{\delta_k}$ avec $0 \leq \delta_i \leq \alpha_i$ pour tout $1 \leq i \leq k$.

Puisque d est un diviseur de b , d s'écrit, au vu de l'exercice 4.11, $d = p_1^{\delta_1} p_2^{\delta_2} \dots p_k^{\delta_k}$ avec $0 \leq \delta_i \leq \beta_i$ pour tout $1 \leq i \leq k$.

Il en résulte que $d = p_1^{\delta_1} p_2^{\delta_2} \dots p_k^{\delta_k}$ avec $0 \leq \delta_i \leq \min(\alpha_i, \beta_i)$ pour tout $1 \leq i \leq k$.

(b) Étant donné que $d = p_1^{\delta_1} p_2^{\delta_2} \dots p_k^{\delta_k}$ avec $0 \leq \delta_i \leq \min(\alpha_i, \beta_i)$ pour tout $1 \leq i \leq k$, l'exercice 4.11 implique aussitôt que d est un diviseur de $p_1^{\min(\alpha_1, \beta_1)} p_2^{\min(\alpha_2, \beta_2)} \dots p_k^{\min(\alpha_k, \beta_k)}$.