

- 4.19**
- 1) $d a' b' = (d a') b' = a b'$ est un multiple de a
 $d a' b' = a' (d b') = a' b$ est un multiple de b
 - 2) (a) L'égalité $\alpha d a' = \beta d b'$ implique $\alpha a' = \beta b'$, d'où suit que $a' \mid \beta b'$.
 Vu l'exercice 3.12, $a' = \frac{a}{d}$ et $b' = \frac{b}{d}$ sont premiers entre eux.
 Le lemme de Gauss entraîne que a' divise β .
 (b) Il existe donc $k \in \mathbb{Z}$ tel que $a' k = \beta$.
 Ainsi $m = \beta d b' = (a' k) d b' = k (d a' b')$.
 - 3) Puisque $d a' b'$ divise tout multiple commun à a et à b , il en résulte que $\text{ppcm}(a, b) = d a' b'$.
 - 4) $\text{ppcm}(a, b) \cdot \text{pgcd}(a, b) = (d a' b') \cdot d = (d a') (d b') = a b$