

4.22 1) $\text{pgcd}(a, b) = \frac{ab}{\text{ppcm}(a, b)} = \frac{1350}{90} = 15$

Par conséquent, $a = 15 a'$ et $b = 15 b'$ avec $\text{pgcd}(a', b') = 1$.

Ainsi $1350 = ab = (15 a')(15 b') = 225 a' b'$.

Il en résulte $a' b' = \frac{1350}{225} = 6 = 6 \cdot 1 = 3 \cdot 2$.

Comme $\text{pgcd}(6, 1) = 1$ et $\text{pgcd}(3, 2) = 1$, on a deux possibilités :

(a) $a' = 6$ et $b' = 1$, c'est-à-dire $a = 15 \cdot 6 = 90$ et $b = 15 \cdot 1 = 15$

(b) $a' = 3$ et $b' = 2$, à savoir $a = 15 \cdot 3 = 45$ et $b = 15 \cdot 2 = 30$

2) $\text{pgcd}(a, b) = \frac{ab}{\text{ppcm}(a, b)} = \frac{2352}{168} = 14$

Par conséquent, $a = 14 a'$ et $b = 14 b'$ avec $\text{pgcd}(a', b') = 1$.

Ainsi $2352 = ab = (14 a')(14 b') = 196 a' b'$.

Il en résulte $a' b' = \frac{2352}{196} = 12 = 12 \cdot 1 = 6 \cdot 2 = 4 \cdot 3$.

Comme $\text{pgcd}(12, 1) = 1$, $\text{pgcd}(6, 2) = 2 \neq 1$ et $\text{pgcd}(4, 3) = 1$, on a seulement deux possibilités :

(a) $a' = 12$ et $b' = 1$, c'est-à-dire $a = 14 \cdot 12 = 168$ et $b = 14 \cdot 1 = 14$

(b) $a' = 4$ et $b' = 3$, à savoir $a = 14 \cdot 4 = 56$ et $b = 14 \cdot 3 = 42$