7.3

1) Désignons par x la dimension du carré enlevé.
Le volume de la boîte vaut $f(x) = (48 - 2\,x)\,(30 - 2\,x)\,x$.

Pour que la longueur, la largeur et la hauteur de la boîte soient positives, il faut que $x \in [0\,;15]$.

2) Déterminons la valeur maximale prise par la fonction f dans l'intervalle $\mathrm{D}_f = [0\,;15]$.

$$f'(x) = \big((48 - 2\,x)\,(30 - 2\,x)\,x\big)' = (4\,x^3 - 156\,x^2 + 1440\,x)'$$
$$= 12\,x^2 - 312\,x + 1440 = 12\,(x^2 - 26\,x + 120) = 12\,(x - 6)\,(x - 20)$$

		6		20	
12	$+$		$+$		$+$
$x-6$	$-$	0	$+$		$+$
$x-20$	$-$		$-$	0	$+$
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f	$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$

$f(0) = (48 - 2 \cdot 0)\,(30 - 2 \cdot 0) \cdot 0 = 0$
$f(6) = (48 - 2 \cdot 6)\,(30 - 2 \cdot 6) \cdot 6 = 3888$
$f(15) = (48 - 2 \cdot 15)\,(30 - 2 \cdot 15) \cdot 15 = 0$

3) Si l'on enlève à chaque coin un carré de $x = 6$ cm, on obtient une boîte de volume maximal ; celui-ci vaut $f(6) = 3888$ cm^3.