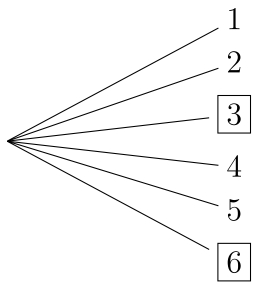
2 Probabilités

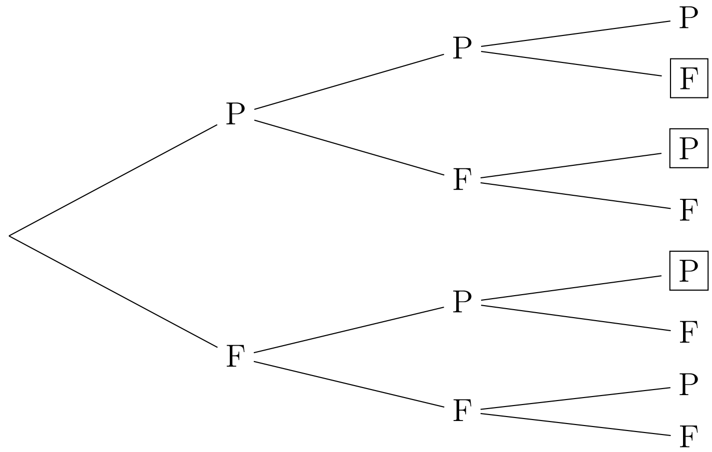
Définition intuitive

Exemple On lance un dé. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ?



Comme il y a deux multiples de 3 parmi les six issues possibles, on a 2 chances sur 6 d'obtenir un tel nombre. On a donc une probabilité de $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Exemple On lance une pièce de monnaie trois fois de suite. Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux fois pile.



Il y a huit cas possibles, dont trois cas favorables. La probabilité cherchée est donc de $\frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5$ %.

La formule de Laplace définit intuitivement la probabilité d'un événement :

$$\mathrm{P} = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Cette définition ne peut s'appliquer que si les cas possibles ont tous la même probabilité de se produire. On dit alors qu'ils sont **équiprobables**.

On utilise souvent les méthodes de l'analyse combinatoire pour dénombrer les cas favorables et les cas possibles.

Exemple On tire 5 cartes d'un jeu de poker (52 cartes). Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux rois ?

Le nombre de cas possibles est $C_5^{52} = 2\ 598\ 960$.

Pour obtenir exactement deux rois, il faut en tirer 2 parmi les 4 et tirer 3 autres cartes parmi les 48 restantes. Il y a donc $C_2^4 \cdot C_3^{48} = 103\ 776$ cas favorables.

La probabilité recherchée vaut ainsi $\frac{103\ 776}{2\ 598\ 960} \approx 3{,}99\ \%$.

2.1 Un sac contient trois objets rouges, quatre objets bleus et cinq objets jaunes. On tire simultanément trois objets. Quelle est la probabilité des événements suivants ?

1) les trois objets tirés sont jaunes
2) il y a un objet de chaque couleur
3) aucun objet n'est rouge
4) il y a au moins un objet rouge
5) il y a au moins un objet bleu
6) il y a au plus un objet bleu

2.2 On dispose de 26 jetons, gravés avec les 26 lettres de l'alphabet. On tire successivement et sans remise trois jetons. Quelle est la probabilité d'obtenir :

1) un mot de 3 consonnes ?
2) un mot de 3 voyelles ?
3) le mot `BAC` ?
4) le mot `BAC` ou l'une de ses anagrammes ?

2.3 On tire simultanément 8 cartes d'un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité des événements suivants ?

1) parmi les 8 cartes, il y a l'as de cœur
2) il n'y a aucun as parmi les 8 cartes
3) il y a au moins un as parmi les 8 cartes

2.4 On lance une pièce dix fois de suite. Calculer la probabilité d'obtenir quatre fois pile et six fois face.

2.5 Un paquet de 12 cartes est composé de 4 rois, 4 dames et 4 valets. On tire 5 cartes simultanément. Quelle est la probabilité de tirer :

1) 2 rois, 2 dames et 1 valet ?
2) les 4 rois ?

2.6 On met 13 balles rouges et 9 vertes dans un sac. Quelle est la probabilité qu'en tirant 5 boules, on en ait 3 rouges et 2 vertes ?

2.7 On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité de tirer :

1) 5 carreaux ?
2) 5 carreaux ou 5 cœurs ?
3) 5 cartes de la même famille ?
4) les 4 rois ?
5) 3 rois et 2 dames ?
6) aucun roi ?
7) au moins un roi ?
8) au plus un roi ?
9) 2 carreaux et 3 cœurs ?
10) 2 cartes d'une famille et 3 d'une autre famille ?

2.8 Calculer la probabilité de gagner quelque chose à la loterie à numéros (il faut avoir 3, 4, 5 ou 6 numéros gagnants).

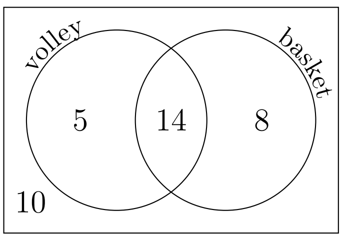
2.9 Calculer la probabilité qu'une main de 9 cartes tirées parmi 36 cartes contienne :

1) les 4 as ;
2) aucun cœur ;
3) au moins un cœur.

Diagrammes de Venn

Exemple Dans un groupe de 37 élèves, 19 font du volley, 22 du basket et 14 pratiquent les 2 sports. En choisissant un élève au hasard, calculer :

1) la probabilité qu'il pratique les deux sports ;
2) la probabilité qu'il ne pratique aucun sport ;
3) la probabilité qu'il ne pratique que du volley ;
4) la probabilité qu'il pratique du basket ou du volley.



On peut désormais facilement répondre aux questions posées :

1) $\frac{14}{37}$ 2) $\frac{10}{37}$ 3) $\frac{5}{37}$ 4) $\frac{27}{37}$

2.10 Un appareil, fabriqué en très grande série, peut être défectueux à cause de deux défauts différents désignés par A et B. 10 % des appareils ont le défaut A, 8 % le défaut B et 4 % les deux défauts simultanément. Un client achète l'un des appareils produits. Calculer :

1) la probabilité que cet appareil ne présente aucun défaut ;
2) la probabilité que cet appareil présente le défaut A seulement ;
3) la probabilité que cet appareil présente le défaut B seulement.

2.11 Dans une classe de 15 élèves, 6 ont choisi l'option philosophie, 5 la chimie et 2 ont pris à la fois la philosophie et la chimie.

1) Calculer le nombre d'élèves qui n'ont choisi aucune option.
2) En prenant un élève au hasard, calculer la probabilité pour qu'il ait pris exactement une des deux options.

2.12 Une agence de voyages fait un sondage statistique sur la connaissance de trois pays A, B et C. On constate que parmi les personnes interrogées, 42 % connaissent A, 55 % connaissent B, 34 % connaissent C, 18 % connaissent A et B, 10 % connaissent A et C, 15 % connaissent B et C, 8 % connaissent A, B et C. Un voyage est prévu pour l'une des personnes qui a répondu aux questions posées à l'occasion de ce sondage. On tire au sort le nom du gagnant. Tous les noms ont la même probabilité d'être tirés. Quelle est la probabilité pour que le gagnant soit une personne :

1) connaissant au moins l'un de ces trois pays ?
2) ne connaissant aucun de ces trois pays ?
3) connaissant deux pays exactement ?
4) connaissant A, mais ne connaissant ni B ni C ?
5) connaissant A et B, mais ne connaissant pas C ?

2.13 Dans une assemblée de 500 personnes, 300 comprennent le français, 200 l'italien, 90 l'anglais, 160 à la fois le français et l'italien, 60 à la fois le français et l'anglais, 40 à la fois l'italien et l'anglais et 20 comprennent les trois langues. Si l'on choisit une personne au hasard dans cette assemblée, quelle est la probabilité que cette personne comprenne :

1) exactement deux de ces trois langues ?
2) l'une au moins de ces trois langues ?

2.14 Un hôpital comporte deux salles d'opération qui ont la même probabilité d'être occupées. La probabilité que l'une des salles au moins soit occupée vaut 90 %, celle que toutes deux soit occupées 50 %. Quelle est la probabilité :

1) que la première salle soit libre ?
2) que les deux salles soient libres ?
3) que l'une des deux salles au moins soit libre ?

2.15 60 % des élèves d'une école ne portent ni bague ni collier. 20 % portent une bague et 30 % ont un collier. Si un des élèves est choisi au hasard, quelle est la probabilité qu'il porte :

1) une bague ou un collier ?
2) une bague et un collier ?

2.16 Une classe comporte 10 garçons et 14 filles. 4 garçons et 6 filles ont les yeux bleus. On choisit un élève au hasard dans cette classe. Quelle est la probabilité que cet élève

1) soit un garçon aux yeux bleus ?
2) ait les yeux bleus ?
3) soit un garçon ou ait les yeux bleus ?

2.17 Deux joueurs, Pierre et Paul, lancent chacun une seule fois un même dé dont chacune des six faces, numérotées de 1 à 6, a la même probabilité de sortir. Le joueur qui gagne est celui qui fait sortir un nombre strictement supérieur à celui de l'autre. La partie est nulle si les deux joueurs sortent le même nombre. Calculer la probabilité des événements suivants :

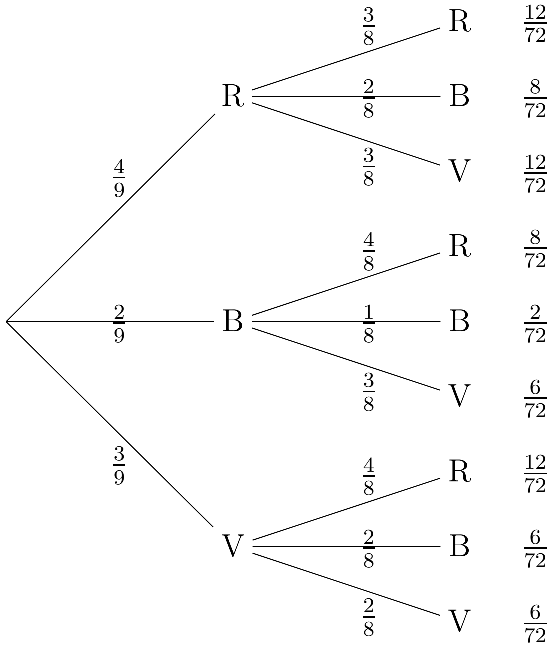
1) Pierre gagne.
2) Pierre perd.
3) La partie est nulle.

Diagrammes en arbre

Les diagrammes en arbre constituent une représentation souvent utilisée pour décrire et étudier des expériences aléatoires se déroulant en plusieurs étapes.

Exemple Un sac contient 4 billes rouges, 2 billes bleues et 3 billes vertes. On tire successivement et sans remise deux billes. Calculer la probabilité des événements suivants :

1) les deux billes tirées sont rouges ;
2) la première bille est bleue et la seconde est verte ;
3) une des billes tirées est rouge et l'autre est bleue.



L'arbre permet facilement de répondre aux questions posées :

1) La première bille est rouge et la seconde est rouge aussi (RR) :
$\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$.
2) La première bille est bleue et la seconde est verte (BV) :
$\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{72} = \frac{1}{12}$.
3) {La première bille est rouge et la seconde est bleue} ou bien {la première bille est bleue et la seconde est rouge} (RB ou BR) :
$\frac{4}{9} \cdot \frac{2}{8} + \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{16}{72} = \frac{2}{9}$.

2.18 Un tireur à l'arc atteint sa cible avec une probabilité de 60 %. Il tire successivement 3 flèches.

1) Quelle est la probabilité qu'il atteigne exactement deux fois la cible ?
2) Quelle est la probabilité qu'il atteigne au moins une fois la cible ?

2.19 On lance une pièce de monnaie truquée telle que $p(\text{face}) = \frac{2}{3}$. Si c'est face qui apparaît, on choisit au hasard un nombre entier compris entre 1 et 9, alors que si c'est pile qui apparaît, on choisit un entier compris entre 1 et 5. Calculer la probabilité de choisir un nombre pair.

2.20 Un dé A a six faces. Il est parfaitement équilibré. Une de ses faces porte le chiffre 1, deux faces le chiffre 3 et trois faces le chiffre 5. Un dé B a six faces. Il est pipé. La probabilité d'obtenir la face 3 est égale à 50 %. Les cinq autres faces portent le chiffre 5 et elles ont la même probabilité d'apparition. On jette simultanément les deux dés. Quelle est la probabilité que le produit des deux nombres obtenus soit égal :

1) à 3 ?
2) à 15 ?

2.21 Une personne d'humeur joyeuse essaie d'ouvrir sa porte après une soirée bien arrosée. Elle a un trousseau de 10 clés indiscernables vu son état ! Elle essaie les clés en remettant chaque fois la clé utilisée dans le trousseau. Quelle est la probabilité d'ouvrir la porte :

1) au sixième essai ?
2) en moins de 4 essais ?

2.22 Une ouvrière surveille deux métiers à tisser A et B. Le métier A demande son intervention avec une probabilité de 15 % pendant une heure et le métier B avec une probabilité de 20 % dans le même laps de temps. Les machines tombent en panne de manière indépendante. Quelle est la probabilité pour qu'elle ne soit pas dérangée pendant une heure entière ?

2.23 Il y a trois machines dans un atelier. Pendant une journée, la première peut tomber en panne avec une probabilité de 5 %, la seconde avec une probabilité de 10 % et la troisième avec une probabilité de 15 %. Les machines tombent en panne de manière indépendante. Quelle est la probabilité :

1) d'avoir au cours d'une journée seulement une machine en panne ?
2) d'avoir au cours d'une journée exactement deux machines en panne ?
3) de n'avoir au cours d'une journée aucune défaillance ?

2.24 Une urne contient trois boules rouges et sept noires. Les joueurs A et B tirent une boule à tour de rôle jusqu'à ce qu'une rouge sorte, A commençant. Trouver la probabilité que A tire la première boule rouge. On ne remet pas les boules tirées.

2.25 Un dé à 6 faces est pipé. On a $p(1) = \frac{1}{10}$ et $p(6) = \frac{2}{5}$. Les autres faces ont la même probabilité d'apparition.

1) On jette une fois ce dé. Quelle est la probabilité d'obtenir 4 ? un nombre impair ? 4 ou un nombre impair ?
2) On jette ce dé quatre fois. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 3 nombres impairs ?

2.26 On lance un dé pipé à six faces. Les nombres pairs ont la même probabilité d'apparition. Les nombres impairs ont la même probabilité d'apparition. La probabilité d'obtenir l'un des nombres pairs est égale aux $\frac{3}{4}$ de celle d'obtenir l'un des nombres impairs. Quelle est la probabilité des événements suivants :

1) on obtient 1 ?
2) on obtient 1 ou 6 ?

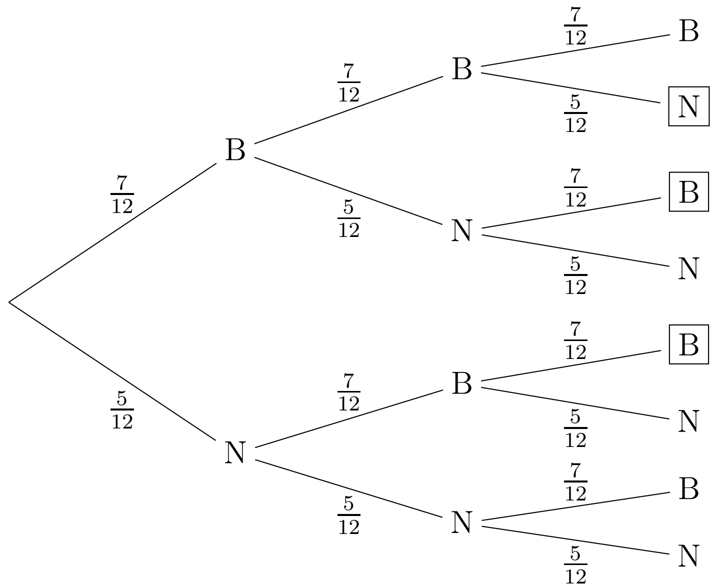
2.27 Un dé a la forme d'un octaèdre. Ses 8 faces sont numérotées de 1 à 8. On observe que : $p(1) = p(2) = p(3) = p(4) = p(5)$ et $p(6) = p(7) = p(8) = 2\,p(1)$. On lance ce dé irrégulier. Quelle est la probabilité des événements suivants :

1) on obtient 2 ?
2) on obtient 8 ?
3) on obtient l'un des chiffres 3, 5 ou 8 ?

Loi binomiale

Exemple Une urne contient 7 boules blanches et 5 boules noires. On extrait une boule de l'urne, on note sa couleur, puis on la remet dans l'urne en mélangeant avec soin.

1) Quelle est la probabilité d'obtenir 2 boules blanches en 3 tirages ?



Il y a trois cas où l'on obtient 2 boules blanches et 1 boule noire (BBN, BNB et NBB) qui ont chacun une probabilité de $\left(\frac{7}{12}\right)^2 \cdot \frac{5}{12}$.
La probabilité recherchée vaut donc $3 \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^2 \cdot \frac{5}{12} = \frac{245}{576} \approx 42{,}53\ \%$.

2) Quelle est la probabilité d'obtenir 6 boules blanches en 10 tirages ?

Il paraît peu réaliste de vouloir représenter par un arbre les $2^{10} = 1024$ résultats possibles. En revanche, on peut s'imaginer cet arbre.

Chaque chemin qui passe par 6 lettres B et 4 lettres N a une probabilité valant $\left(\frac{7}{12}\right)^6 \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^4$.
Le nombre de ces chemins est équivalent au nombre de permutations de 10 lettres dont 6 sont des B et 4 des N ; il y en a donc $\overline{\mathrm{P}}(6,4) = \frac{10!}{6!\,4!}$.

La probabilité recherchée vaut ainsi $\frac{10!}{6!\,4!} \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^6 \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^4 \approx 24{,}94\ \%$.

Supposons qu'on réalise n fois successivement la même expérience qui n'a que deux issues possibles (succès ou échec) de probabilités respectives p et $1-p$. On admet de plus que les épreuves successives sont indépendantes : le résultat de la 2e expérience ne dépend pas du résultat de la 1re ; de même, le résultat de la 3e expérience ne dépend pas des résultats des deux premières, etc.

Une telle expérience s'appelle une **épreuve de Bernoulli** à n étapes.

Lors d'une épreuve de Bernoulli à n étapes, où p exprime la probabilité de succès, la probabilité d'obtenir exactement k succès est donnée par la formule :

$$\binom{n}{k} p^k \, (1-p)^{n-k}$$

2.28 On jette un dé 20 fois de suite.

1) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 8 fois le trois ?
2) Quelle est la probabilité d'avoir au moins 2 trois ?

2.29 Une pièce de monnaie truquée donne pile 3 fois sur 5 en moyenne. Calculer la probabilité d'obtenir, en lançant cette pièce 10 fois :

1) exactement 6 fois pile ;
2) entre 5 et 7 fois pile.

2.30 Une urne contient 5 boules blanches et 7 noires. On extrait une boule de l'urne, on note sa couleur, puis on la remet dans l'urne en mélangeant avec soin. On procède ainsi à 4 tirages. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 2 boules blanches ?

2.31 Une étudiante, mal préparée pour son examen de biologie, décide de répondre au hasard aux quatre questions d'un QCM. Chaque question offre un choix de 5 réponses dont une seule est correcte. Déterminer la probabilité qu'elle réponde correctement à exactement 3 questions.

2.32 Un vendeur estime qu'un appel téléphonique sur quatre se termine par une vente. Si l'on considère que les résultats de différents appels sont des événements indépendants, trouver la probabilité que ce vendeur réalise au moins 2 ventes à la suite de 5 appels.

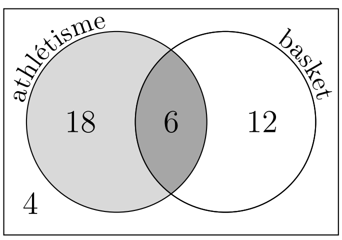
2.33 Un tireur à l'arc atteint sa cible avec une probabilité de 60 %. Il tire successivement 8 flèches.

1) Quelle est la probabilité qu'il atteigne exactement 5 fois la cible ?
2) Quelle est la probabilité qu'il atteigne au moins une fois sa cible ?
3) Combien de flèches doit-il tirer pour que la probabilité qu'il atteigne au moins une fois la cible soit supérieure à 95 % ?

Probabilité conditionnelle

Exemple Dans un groupe de 40 élèves, 24 font de l'athlétisme, 18 du basket et 6 pratiquent ces deux sports. En choisissant un élève au hasard, quelle est la probabilité

1) qu'il fasse du basket ?
2) qu'il fasse du basket, s'il fait déjà de l'athlétisme ?



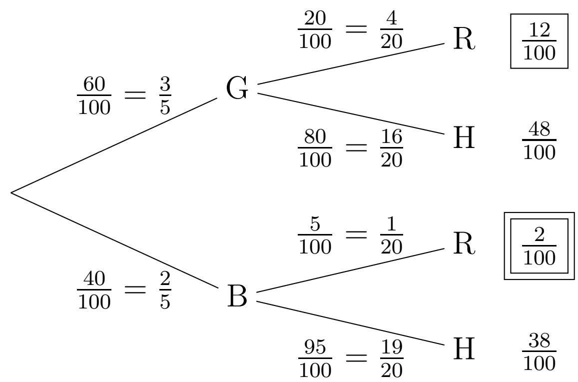
1) La réponse à la première question est triviale : $\frac{18}{40} = \frac{9}{20} = 45$ %.
2) L'information supplémentaire influe sur le résultat : il s'agit d'une probabilité conditionnelle.
   Puisque que l'on sait que l'élève choisi au hasard fait de l'athlétisme, il ne peut plus s'agir de n'importe lequel des 40 élèves, mais seulement de l'un des 24 qui font de l'athlétisme.
   Et parmi ces 24 élèves qui font de l'athlétisme, il y en a 6 qui font également du basket.
   La probabilité recherchée vaut donc : $\frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 25$ %.

Étant donné deux événements A et B, on appelle **probabilité conditionnelle de** B **sachant** A la probabilité que l'événement B soit réalisé sachant que A est réalisé ; on la note P(B|A). L'exemple précédent montre qu'elle vaut :

$$\mathrm{P(B|A)} = \frac{\mathrm{P(A \cap B)}}{\mathrm{P(A)}}$$

Exemple Une société reçoit 60 % de ses stocks de Genève et 40 % de Berne. Les livraisons en provenance de Genève sont en retard dans 20 % des cas, tandis que celles en provenance de Berne sont en retard dans seulement 5 % des cas. Les livraisons arrivent à l'entrepôt de la société d'une façon aléatoire.

Sachant qu'une livraison est arrivée en retard, quelle est la probabilité qu'elle provienne de Berne ?



La probabilité qu'une livraison soit en retard vaut : $\frac{12}{100} + \frac{2}{100} = \frac{14}{100}$.
La probabilité qu'une livraison soit en retard et provienne de Berne est : $\frac{2}{100}$.

La probabilité recherchée vaut donc : $\frac{\frac{2}{100}}{\frac{14}{100}} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7} \approx 14{,}29$ %.

On dit que l'événement B est indépendant de A si

$$\mathrm{P(B|A) = P(B)} \iff \mathrm{P(B)} = \frac{\mathrm{P(A \cap B)}}{\mathrm{P(A)}} \iff \mathrm{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)}$$

Remarquons que si $\mathrm{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)}$, A est aussi indépendant de B :

$$\mathrm{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)} \iff \mathrm{P(A)} = \frac{\mathrm{P(A \cap B)}}{\mathrm{P(B)}} \iff \mathrm{P(A|B) = P(A)}$$

Deux événements A et B sont dits **indépendants** si $\mathrm{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)}$.

Exemple On lance deux fois de suite une pièce bien équilibrée. On considère les événements A « le résultat du 1^{er} lancer est pile » et B « le résultat du 2^{nd} lancer est pile ». Ces événements sont-ils indépendants ?

$P(A) = \frac{1}{2}$ et $P(B) = \frac{1}{2}$

$A \cap B$ désigne l'événement « on obtient pile au 1^{er} et au 2^{nd} lancers ».

$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = P(A) \cdot P(B)$

Les événements A et B sont indépendants, ce qui correspond bien à l'intuition : le résultat du second lancer n'est pas influencé par le résultat du premier lancer.

2.34 Pour connaître les intentions de vote de la population, on a interrogé 100 personnes et on leur a demandé pour lequel des partis A, B, C elles voteraient. On regroupe les résultats dans le tableau ci-dessous :

	A	**B**	**C**
Hommes	13	21	19
Femmes	20	8	19

Si on choisit une personne au hasard dans ce groupe, trouver la probabilité que cette personne :

1) vote pour le parti A ;
2) vote pour le parti A, si on sait que c'est une femme ;
3) vote pour le parti B ou C, si on sait que c'est un homme ;
4) soit une femme, si on sait qu'elle vote pour le parti C ;
5) ne vote pas pour le parti B, si on sait que c'est une femme ;
6) soit un homme, si on sait qu'elle ne vote pas pour le parti A.

2.35 En 1983, la Suisse avait une population de 6 410 000 habitants, dont 947 000 étrangers. La même année, les tribunaux prononcèrent 22 055 condamnations, dont 6615 concernaient des étrangers. On tire au hasard une personne dans la population. Quelle probabilité y a-t-il que cette personne :

1) ait été condamnée si elle est suisse ?
2) ait été condamnée si elle est étrangère ?
3) soit suisse et ait été condamnée ?
4) soit étrangère et ait été condamnée ?
5) soit suisse si l'on sait qu'elle a été condamnée ?
6) soit étrangère si l'on sait qu'elle a été condamnée ?

2.36 Parmi les jumeaux, on observe 32 % de couples GG (garçon - garçon) et 28 % de couples FF. Parmi les couples de jumeaux mixtes (GF ou FG), l'aîné est un garçon dans la moitié des cas.

1) Calculer la probabilité que le second jumeau soit un garçon si le premier est un garçon.
2) Calculer la probabilité que la seconde jumelle soit une fille si la première est une fille.

2.37 On sort du jeu de cartes les 4 as et les 4 rois. On tire ensuite simultanément 2 cartes de ces 8 cartes. Quelle probabilité a-t-on de tirer :

1) deux as ?
2) deux as si l'on sait qu'une des deux cartes au moins est un as ?
3) deux as si l'on sait qu'une des deux cartes est l'as de cœur ?

2.38 Dans une école, 15 % des moyennes de mathématiques sont insuffisantes, 25 % des moyennes de physique sont insuffisantes et 10 % des élèves ont une note insuffisante dans les deux branches. On choisit un élève au hasard dans cette école.

1) Il a une note insuffisante en physique. Calculer la probabilité qu'il ait aussi une note insuffisante en mathématiques.
2) Il a une note insuffisante en mathématiques. Calculer la probabilité qu'il ait aussi une note insuffisante en physique.
3) Calculer la probabilité qu'il ait au moins une note suffisante en mathématiques ou en physique.

2.39 Dans une région où il pleut en moyenne un jour sur 5, le club de rugby des Montagnes gagne 7 fois sur 10 par temps sec et 4 fois sur 10 sous la pluie. Quelle est la probabilité qu'il ait plu un jour où cette équipe a gagné ?

2.40 Une personne qui a été attaquée de nuit dans la rue dit que son agresseur était noir. Or il est établi que dans de telles circonstances la victime détermine correctement la couleur de son agresseur 8 fois sur 10. De plus la région contient 90 % de blancs et 10 % de noirs et le taux de criminalité est le même quelle que soit la couleur de la peau. Quelle est la probabilité que l'agresseur soit effectivement une personne de couleur ?

Récapitulation

2.41 On tire au hasard deux jetons d'une boîte qui contient deux jetons rouges et deux jetons jaunes. Quelle est la probabilité pour que les deux jetons tirés soient jaunes ?

2.42 Une machine à écrire comporte 42 touches dont 8 chiffres et 26 lettres. Une personne qui ne sait pas taper à la machine tape au hasard sur une touche sans regarder le clavier. On admet que la probabilité pour qu'elle frappe une touche quelconque est la même quelle que soit la touche.

1) Quelle est la probabilité pour qu'elle frappe une lettre ?
2) Quelle est la probabilité pour qu'en frappant successivement sur 5 touches la personne écrive une suite de 5 lettres ?
3) Quelle est la probabilité pour qu'en frappant successivement sur 6 touches la personne écrive le mot `ESPOIR` ?

2.43 Un magasin accepte les cartes de crédit American Express ou VISA. 24 % de ses clients possèdent une carte American Express, 61 % une carte VISA et 11 % possèdent les deux.

1) Quel est le pourcentage de clients possédant une carte de crédit acceptée par le magasin ?
2) Si un client possède une carte American Express, quelle est la probabilité qu'il possède aussi une carte VISA ?

2.44 On tire au hasard deux boules d'une urne contenant 6 boules blanches et 5 boules noires. Calculer la probabilité qu'une boule soit blanche et l'autre noire.

2.45 Une forêt abrite vingt cerfs. Cinq sont capturés, marqués et relâchés. Un peu plus tard, quatre sont de nouveau capturés. Quelle est la probabilité que deux d'entre eux soient marqués ?

2.46 On jette deux dés équilibrés. Quelle est la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux montre 6, sachant que les deux résultats sont différents ?

2.47 Deux cartes sont choisies aléatoirement parmi un jeu de 52 cartes. Quelle est la probabilité

1) que ce soient 2 as ;
2) qu'elles aient la même valeur ?

2.48 Une école propose trois cours de langue : un en espagnol, un en français et un en allemand. Ces cours sont ouverts aux 100 élèves de l'école. Il y a 28 étudiants en espagnol, 26 en français et 16 en allemand. Il y a 12 étudiants qui suivent l'espagnol et le français, 4 qui suivent l'espagnol et l'allemand et 6 qui étudient le français et l'allemand. De plus, 2 élèves suivent les trois cours.

1) Si un élève est choisi au hasard, quelle est la probabilité qu'il ou elle ne fasse partie d'aucun de ces cours ?
2) Si un élève est choisi au hasard, quelle est la probabilité qu'il ou elle suive exactement un cours de langue ?
3) Si 2 élèves sont choisis au hasard, quelle est la probabilité qu'au moins un des deux suive au moins un cours de langue ?

2.49 Le roi vient d'une famille de 2 enfants. Quelle est la probabilité que l'autre soit une sœur ?

2.50 30 psychiatres et 24 psychologues participent à une conférence. Trois personnes parmi ces 54 sont choisies pour présenter un exposé. Quelle est la probabilité qu'au moins un psychologue soit choisi ?

2.51 48 % des femmes et 37 % des hommes ayant suivi un programme pour arrêter de fumer sont restés non-fumeurs pendant au moins un an après la fin du programme. Ces personnes organisent une fête pour célébrer leur année sans fumer. Si 62 % de tous les gens ayant suivi le programme étaient des hommes,

1) quel pourcentage de gens ayant suivi le programme se rendront à la fête ?
2) quel pourcentage de femmes y aura-t-il à la fête ?

2.52 Une urne contient 6 boules blanches et 9 noires. On en tire 4 successivement et sans remise. Quelle est la probabilité que les deux premières soient blanches et les deux autres noires ?

2.53 On choisit successivement trois cartes au hasard et sans remise dans un jeu ordinaire de 52 cartes. Calculer la probabilité que la première carte tirée soit un pique, sachant que les deux dernières en sont ?

2.54 Un client du rayon costume d'un magasin achètera un costume avec une probabilité 22 %, une chemise avec une probabilité 30 % et une cravate avec une probabilité 28 %. Le client achètera un costume et une chemise avec une probabilité 11 %, un costume et une cravate avec une probabilité 14 % et une chemise et une cravate avec une probabilité 10 %. Un client achètera les trois vêtements avec une probabilité 6 %. Quelle est la probabilité qu'un client achète :

1) aucun vêtement ?
2) exactement un des vêtements ?
3) une cravate s'il achète aussi une chemise ?

2.55 Une urne contient au départ 5 boules blanches et 7 noires. Chaque fois que l'on tire une boule, on note sa couleur, puis on la réintroduit ainsi que deux nouvelles boules de la même couleur qu'elle. Quelle est la probabilité que les deux premières boules tirées soient noires, puis les deux suivantes blanches ?

2.56 52 % des élèves d'un collège sont des filles. 5 % des élèves de ce collège sont doués en informatique. 2 % des élèves sont filles douées en informatique. Trouver la probabilité qu'un élève choisi au hasard

1) soit une fille, sachant qu'il est doué en informatique ;
2) soit doué en informatique, sachant que c'est une fille.

2.57 On admet que 5 % des hommes et 0,25 % des femmes sont daltoniens. On sélectionne une personne daltonienne au hasard.

1) Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un homme si on admet que les hommes sont aussi nombreux que les femmes ?
2) Si au contraire il y en avait deux foix plus que de femmes, que deviendrait le résultat ?

2.58 La probabilité que la batterie d'une voiture neuve fonctionne plus de 10 000 km est de 80 %, la probabilité qu'elle fonctionne plus de 20 000 km est de 40 % et la probabilité qu'elle fonctionne plus de 30 000 km est de 10 %. Si la batterie d'une voiture neuve fonctionne toujours après 10 000 km, quelle est la probabilité

1) que sa durée de vie dépasse 20 000 km ?
2) que sa durée de vie supplémentaire dépasse 20 000 km ?

2.59 Une urne I contient 2 boules blanches et 4 rouges, tandis qu'une urne II contient une boule de chacune de ces couleurs. Une boule est tirée au hasard de l'urne I et placée dans l'urne II, puis on tire une boule de cette dernière urne. Quelle est la probabilité

1) que cette deuxième boule soit blanche ?
2) que la boule transférée soit blanche, sachant que la dernière boule était blanche ?

2.60 Une grossesse ectopique a deux fois plus de chance de se développer lorsque la femme enceinte fume que lorsqu'elle est non-fumeuse. Si 32 % des femmes en âge de maternité fument, quel pourcentage de femmes ayant une grossesse ectopique sont fumeuses ?

2.61 Un tiroir contient n chaussettes dont 3 rouges. On tire 2 chaussettes aléatoirement. Quelle doit être la valeur de n pour que la probabilité qu'elles soient les deux rouges soit de 50 % ?

2.62 98 % des bébés survivent à l'accouchement. Cependant, 15 % des naissances nécessitent une césarienne et lorsqu'une césarienne est pratiquée, les bébés survivent à 96 %. Si une femme enceinte choisie aléatoirement ne fait pas de césarienne, quelle est la probabilité que son bébé survive ?

Réponses

2.1	1) $\frac{1}{22} \approx 4{,}55\ \%$	2) $\frac{3}{11} \approx 27{,}27\ \%$	3) $\frac{21}{55} \approx 38{,}18\ \%$
	4) $\frac{34}{55} \approx 61{,}82\ \%$	5) $\frac{41}{55} \approx 74{,}55\ \%$	6) $\frac{42}{55} \approx 76{,}36\ \%$
2.2	1) $\frac{57}{130} \approx 43{,}85\ \%$	2) $\frac{1}{130} \approx 0{,}7692\ \%$	3) $\frac{1}{15\ 600} \approx 0{,}0064\ \%$
	4) $\frac{1}{2600} \approx 0{,}0385\ \%$		
2.3	1) $\frac{1}{4} = 25\ \%$	2) $\frac{5313}{17\ 980} \approx 29{,}55\ \%$	3) $\frac{12\ 667}{17\ 980} \approx 70{,}45\ \%$
2.4	$\frac{105}{512} \approx 20{,}51\ \%$		
2.5	1) $\frac{2}{11} \approx 18{,}18\ \%$	2) $\frac{1}{99} \approx 1{,}01\ \%$	
2.6	$\frac{52}{133} \approx 39{,}10\ \%$		
2.7	1) $\frac{1}{3596} \approx 0{,}0278\ \%$	2) $\frac{1}{1798} \approx 0{,}0556\ \%$	3) $\frac{1}{899} \approx 0{,}1112\ \%$
	4) $\frac{1}{7192} \approx 0{,}0139\ \%$	5) $\frac{3}{25\ 172} \approx 0{,}0119\ \%$	6) $\frac{1755}{3596} \approx 48{,}80\ \%$
	7) $\frac{1841}{3596} \approx 51{,}20\ \%$	8) $\frac{6435}{7192} \approx 89{,}47\ \%$	9) $\frac{7}{899} \approx 0{,}7786\ \%$
	10) $\frac{84}{899} \approx 9{,}34\ \%$		
2.8	$\frac{6471}{271\ 502} \approx 2{,}38\ \%$		
2.9	1) $\frac{2}{935} \approx 0{,}2139\ \%$	2) $\frac{85\ 215}{1\ 711\ 696} \approx 4{,}98\ \%$	3) $\frac{1\ 626\ 481}{1\ 711\ 696} \approx 95{,}02\ \%$
2.10	1) 86 %	2) 6 %	3) 4 %
2.11	1) 6	2) $\frac{7}{15} \approx 46{,}67\ \%$	
2.12	1) 96 %	2) 4 %	3) 19 %
	4) 22 %	5) 10 %	
2.13	1) 40 %	2) 70 %	
2.14	1) 30 %	2) 10 %	3) 50 %
2.15	1) 40 %	2) 10 %	
2.16	1) $\frac{1}{6} \approx 16{,}67\ \%$	2) $\frac{5}{12} \approx 41{,}67\ \%$	3) $\frac{2}{3} \approx 66{,}67\ \%$
2.17	1) $\frac{5}{12} \approx 41{,}67\ \%$	2) $\frac{5}{12} \approx 41{,}67\ \%$	3) $\frac{1}{6} \approx 16{,}67\ \%$
2.18	1) $\frac{54}{125} = 43{,}2\ \%$	2) $\frac{117}{125} = 93{,}6\ \%$	

2.19 $\frac{58}{135} \approx 42{,}96\ \%$

2.20 1) $\frac{1}{12} \approx 8{,}33\ \%$ 2) $\frac{5}{12} \approx 41{,}67\ \%$

2.21 1) $\frac{59\ 049}{1\ 000\ 000} \approx 5{,}9\ \%$ 2) $\frac{271}{1000} = 27{,}1\ \%$

2.22 $\frac{17}{25} = 68\ \%$

2.23 1) $\frac{989}{4000} = 24{,}725\ \%$ 2) $\frac{101}{4000} = 2{,}525\ \%$ 3) $\frac{2907}{4000} = 72{,}675\ \%$

2.24 $\frac{7}{12} \approx 58{,}33\ \%$

2.25 1) $\frac{1}{8} = 12{,}5\ \%$ $\frac{7}{20} = 35\ \%$ $\frac{19}{40} = 47{,}5\ \%$ 2) $\frac{4459}{40\ 000} = 11{,}15\ \%$

2.26 1) $\frac{4}{21} = 19{,}05\ \%$ 2) $\frac{1}{3} = 33{,}33\ \%$

2.27 1) $\frac{1}{11} \approx 9{,}09\ \%$ 2) $\frac{2}{11} \approx 18{,}18\ \%$ 3) $\frac{4}{11} \approx 36{,}36\ \%$

2.28 1) 0,84 % 2) 86,96 %

2.29 1) $\frac{489\ 888}{1\ 953\ 125} \approx 25{,}08\ \%$ 2) $\frac{6\ 508\ 512}{9\ 765\ 625} \approx 66{,}65\ \%$

2.30 $\frac{1225}{3456} \approx 35{,}45\ \%$

2.31 $\frac{16}{625} = 2{,}56\ \%$

2.32 $\frac{47}{128} \approx 36{,}72\ \%$

2.33 1) $\frac{108\ 864}{390\ 625} \approx 27{,}87\ \%$ 2) $\frac{390\ 369}{390\ 625} \approx 99{,}93\ \%$ 3) au moins 4 flèches

2.34 1) $\frac{33}{100} = 33\ \%$ 2) $\frac{20}{47} \approx 42{,}55\ \%$ 3) $\frac{40}{53} \approx 75{,}47\ \%$
4) $\frac{1}{2} = 50\ \%$ 5) $\frac{39}{47} \approx 82{,}98\ \%$ 6) $\frac{40}{67} \approx 59{,}7\ \%$

2.35 1) $\frac{386}{136\ 575} \approx 0{,}2826\ \%$ 2) $\frac{1323}{189\ 400} \approx 0{,}6985\ \%$ 3) $\frac{193}{80\ 125} \approx 0{,}2409\ \%$
4) $\frac{1323}{1\ 282\ 000} \approx 0{,}1032\ \%$ 5) $\frac{3088}{4411} \approx 70{,}01\ \%$ 6) $\frac{1323}{4411} \approx 29{,}99\ \%$

2.36 1) $\frac{8}{13} \approx 61{,}54\ \%$ 2) $\frac{7}{12} \approx 58{,}33\ \%$

2.37 1) $\frac{3}{14} \approx 21{,}43\ \%$ 2) $\frac{3}{11} \approx 27{,}27\ \%$ 3) $\frac{3}{7} \approx 42{,}86\ \%$

2.38 1) $\frac{2}{5} = 40\ \%$ 2) $\frac{2}{3} \approx 66{,}67\ \%$ 3) $\frac{9}{10} = 90\ \%$

2.39 $\frac{1}{8} = 12{,}5\ \%$

2.40 $\frac{4}{13} \approx 30{,}77\ \%$

2.41 $\frac{1}{6} \approx 16{,}67\ \%$

2.42 1) $\frac{13}{21} \approx 61{,}9\ \%$ 2) $\frac{371\ 293}{4\ 084\ 101} \approx 9{,}09\ \%$ 3) $\frac{1}{5\ 489\ 031\ 744} \approx 1{,}82 \cdot 10^{-8}\ \%$

2.43 1) $74\ \%$ 2) $\frac{11}{24} \approx 45{,}83\ \%$

2.44 $\frac{6}{11} \approx 54{,}55\ \%$

2.45 $\frac{70}{323} \approx 21{,}67\ \%$

2.46 $\frac{1}{3} \approx 33{,}33\ \%$

2.47 1) $\frac{1}{221} \approx 0{,}45\ \%$ 2) $\frac{1}{17} \approx 5{,}88\ \%$

2.48 1) $\frac{1}{2} = 50\ \%$ 2) $\frac{8}{25} = 32\ \%$ 3) $\frac{149}{198} \approx 75{,}25\ \%$

2.49 $\frac{2}{3} \approx 66{,}67\ \%$

2.50 $\frac{5186}{6201} \approx 83{,}63\ \%$

2.51 1) $41{,}18\ \%$ 2) $44{,}29\ \%$

2.52 $\frac{6}{91} \approx 6{,}59\ \%$

2.53 $\frac{11}{50} = 22\ \%$

2.54 1) $\frac{49}{100} = 49\ \%$ 2) $\frac{7}{25} = 28\ \%$ 3) $\frac{1}{3} \approx 33{,}33\ \%$

2.55 $\frac{35}{768} \approx 4{,}56\ \%$

2.56 1) $\frac{2}{5} = 40\ \%$ 2) $\frac{1}{26} \approx 3{,}85\ \%$

2.57 1) $\frac{20}{21} \approx 95{,}24\ \%$ 2) $\frac{40}{41} \approx 97{,}56\ \%$

2.58 1) $\frac{1}{2} = 50\ \%$ 2) $\frac{1}{8} = 12{,}5\ \%$

2.59 1) $\frac{4}{9} \approx 44{,}44\ \%$ 2) $\frac{1}{2} = 50\ \%$

2.60 $\frac{16}{33} \approx 48{,}48\ \%$

2.61 $n = 4$

2.62 $\frac{418}{425} \approx 98{,}35\ \%$