4.11 Les points équidistants des plans π_1 et π_2 se situent sur leurs plans bissecteurs :

$$\frac{6\,x - y - 2\,z + 3}{\sqrt{6^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = \pm\,\frac{3\,x + 4\,y - 4\,z - 9}{\sqrt{3^2 + 4^2 + (-4)^2}}$$

$$\frac{6\,x - y - 2\,z + 3}{\sqrt{41}} = \pm\,\frac{3\,x + 4\,y - 4\,z - 9}{\sqrt{41}}$$

$$6\,x - y - 2\,z + 3 = \pm(3\,x + 4\,y - 4\,z - 9)$$

1) $6\,x - y - 2\,z + 3 = 3\,x + 4\,y - 4\,z - 9$ conduit à $\boxed{3\,x - 5\,y + 2\,z + 12 = 0}$;
2) $6\,x - y - 2\,z + 3 = -(3\,x + 4\,y - 4\,z - 9)$ donne $9\,x + 3\,y - 6\,z - 6 = 0$ ou plus simplement $\boxed{3\,x + y - 2\,z - 2 = 0}$.

Les points recherchés correspondent à l'intersection de la droite d avec chacun de ces plans bissecteurs.

1) En remplaçant les coordonnées fournies par l'équation paramétrique de la droite d dans l'équation cartésienne du premier plan bissecteur, on obtient :

   $3\,(5 + 3\,\lambda) - 5\,(13 + 7\,\lambda) + 2\,(7 + 5\,\lambda) + 12 = 0$
   $15 + 9\,\lambda - 65 - 35\,\lambda + 14 + 10\,\lambda + 12 = 0$
   $-16\,\lambda - 24 = 0$
   $\lambda = -\frac{3}{2}$

   On obtient ainsi le point de coordonnées $\begin{cases} x = 5 + 3 \cdot (-\frac{3}{2}) = \frac{1}{2} \\ y = 13 + 7 \cdot (-\frac{3}{2}) = \frac{5}{2} \\ z = 7 + 5 \cdot (-\frac{3}{2}) = -\frac{1}{2} \end{cases}$

   c'est-à-dire le point $\boxed{(\frac{1}{2}\,;\frac{5}{2}\,;-\frac{1}{2})}$.

2) En substituant dans l'équation cartésienne du second plan bissecteur les coordonnées que procure l'équation paramétrique de la droite d, on trouve :

   $3\,(5 + 3\,\lambda) + (13 + 7\,\lambda) - 2\,(7 + 5\,\lambda) - 2 = 0$
   $15 + 9\,\lambda + 13 + 7\,\lambda - 14 - 10\,\lambda - 2 = 0$
   $6\,\lambda + 12 = 0$
   $\lambda = -2$

   Donc, le second point a pour coordonnées $\begin{cases} x = 5 + 3 \cdot (-2) = -1 \\ y = 13 + 7 \cdot (-2) = -1 \\ z = 7 + 5 \cdot (-2) = -3 \end{cases}$

   à savoir $\boxed{(-1\,;-1\,;-3)}$.