

4.12

1) La droite d passe par le point $A(7; -4; 5)$ et a pour vecteur directeur

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \delta(P; d) &= \frac{\|\overrightarrow{AP} \times \vec{d}\|}{\|\vec{d}\|} = \frac{\left\| \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix} \right\|}{\left\| \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix} \right\|} = \frac{\left\| \begin{pmatrix} 39 \\ 34 \\ -30 \end{pmatrix} \right\|}{\left\| \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix} \right\|}} \\ &= \frac{\sqrt{39^2 + 34^2 + (-30)^2}}{6^2 + (-6)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{3577}}{\sqrt{73}} = \sqrt{\frac{3577}{73}} = \sqrt{49} = 7 \end{aligned}$$

2) La droite d passe par le point $A(3; 2; -1)$ et a pour vecteur directeur

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \delta(P; d) &= \frac{\|\overrightarrow{AP} \times \vec{d}\|}{\|\vec{d}\|} = \frac{\left\| \begin{pmatrix} -8 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\|}{\left\| \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\|} = \frac{\left\| \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ -20 \end{pmatrix} \right\|}{\left\| \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\|} = \frac{5 \left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} \right\|}{\left\| \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\|}} \\ &= \frac{5 \sqrt{1^2 + 2^2 + (-4)^2}}{\sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 1^2}} = \frac{5 \sqrt{21}}{\sqrt{14}} = 5 \sqrt{\frac{21}{14}} = 5 \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{5 \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{5 \sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$

3) La droite d passe par le point $A(-3; 8; 16)$ et admet pour vecteur direc-

teur $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}.$

$$\begin{aligned} \delta(P; d) &= \frac{\|\overrightarrow{AP} \times \vec{d}\|}{\|\vec{d}\|} = \frac{\left\| \begin{pmatrix} 8 \\ -10 \\ -15 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} \right\|}{\left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} \right\|} = \frac{\left\| \begin{pmatrix} 70 \\ -31 \\ 58 \end{pmatrix} \right\|}{\left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} \right\|}} \\ &= \frac{\sqrt{70^2 + (-31)^2 + (58)^2}}{\sqrt{1^2 + 6^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{9225}}{\sqrt{41}} = \sqrt{\frac{9225}{41}} = \sqrt{225} = 15 \end{aligned}$$