**1.5** 1) $\sqrt{3}+\sqrt{27}=\sqrt{3}+\sqrt{9\cdot 3}=\sqrt{3}+3\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

$\sqrt{48}=\sqrt{16\cdot 3}=4\sqrt{3}$

2) $\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{2}+\sqrt{4\cdot 2}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

$\sqrt{18}=\sqrt{9\cdot 2}=3\sqrt{2}$

3) $\left(\sqrt{4+\sqrt{12}}\right)^2=4+\sqrt{12}=4+2\sqrt{3}$

$\left(1+\sqrt{3}\right)^2=1+2\sqrt{3}+3=4+2\sqrt{3}$

Ces calculs montrent l'égalité des carrés des nombres $\sqrt{4+\sqrt{12}}$ et $1+\sqrt{3}$. Étant donné qu'ils sont tous deux positifs, on conclut qu'ils sont égaux.

4) $\left(2\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2=4\left(2+\sqrt{3}\right)=8+4\sqrt{3}$

$\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)^2=6+2\sqrt{6}\sqrt{2}+2=6+2\sqrt{12}+2=6+4\sqrt{3}+2=8+4\sqrt{3}$

Les carrés des nombres $2\sqrt{2+\sqrt{3}}$ et $\sqrt{6}+\sqrt{2}$ sont donc égaux. Vu que ces nombres sont tous deux positifs, on conclut à leur égalité.

5) $\left(\sqrt{\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}}\right)^4=\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^2=$

$7+4\sqrt{3}+2\sqrt{(7+4\sqrt{3})\,(7-4\sqrt{3})}+7-4\sqrt{3}=$

$14+2\sqrt{7^2-\left(4\sqrt{3}\right)^2}=14+2\sqrt{49-16\cdot 3}=14+2\cdot 1=16=2^4$

L'égalité $\sqrt{\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}}=2$ est ainsi vérifiée, attendu que ces nombres sont tous deux positifs.

6) $\left(2\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2=4\left(2-\sqrt{3}\right)=8-4\sqrt{3}$

$\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2=6-2\sqrt{6}\sqrt{2}+2=6-2\sqrt{12}+2=6-4\sqrt{3}+2=8-4\sqrt{3}$

Les carrés des nombres $2\sqrt{2-\sqrt{3}}$ et $\sqrt{6}-\sqrt{2}$ sont donc égaux. Vu que ces nombres sont tous deux positifs, on conclut à leur égalité.