1.3 **Initialisation :** Pour $n = 1$, l'identité $1^2 = (-1)^{1+1} \dfrac{1 \cdot (1+1)}{2}$ est vérifiée.

Hérédité : Supposons que $1^2 - 2^2 + 3^2 - \ldots + (-1)^{n+1}\, n^2 = (-1)^{n+1} \dfrac{n\,(n+1)}{2}$ pour un certain $n \in \mathbb{N}$.

$1^2 - 2^2 + 3^2 - \ldots + (-1)^{n+1}\, n^2 + (-1)^{(n+1)+1}\, (n+1)^2 =$

$(-1)^{n+1} \dfrac{n\,(n+1)}{2} + (-1)^{(n+1)+1}\, (n+1)^2 =$

$(-1)^{n+1}\, (n+1)\, \left(\dfrac{n}{2} - 1\,(n+1)\right) =$

$(-1)^{n+1}\, (n+1)\, \left(-\dfrac{n}{2} - 1\right) =$

$(-1)^{n+1}\, (n+1)\, (-1)\, \dfrac{n+2}{2} =$

$(-1)^{n+1}\, (-1)\, \dfrac{(n+1)\,(n+2)}{2} =$

$(-1)^{(n+1)+1}\, \dfrac{(n+1)\,\big((n+1)+1\big)}{2}$

La preuve est ainsi achevée, puisque la formule devient vraie pour $n+1$, sitôt qu'elle l'est pour un certain entier n.