1.4 **Initialisation :** Pour $n = 1$, l'identité $1^3 = \dfrac{1^2 \cdot (1+1)^2}{4}$ est vérifiée.

Hérédité : Supposons l'égalité $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \dfrac{n^2\,(n+1)^2}{4}$ vraie pour un certain $n \in \mathbb{N}$.

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 + (n+1)^3 =$

$\dfrac{n^2\,(n+1)^2}{4} + (n+1)^3 =$

$(n+1)^2 \left(\dfrac{n^2}{4} + (n+1)\right) =$

$(n+1)^2 \, \dfrac{n^2 + 4\,n + 4}{4} =$

$(n+1)^2 \, \dfrac{(n+2)^2}{4} =$

$\dfrac{(n+1)^2\,(n+2)^2}{4} =$

$\dfrac{(n+1)^2\,\big((n+1)+1\big)^2}{4}$

Par conséquent, dès lors que la formule est vraie pour un certain entier n, alors elle l'est également pour l'entier suivant $n+1$, ce qui termine la preuve.