1.8 **Initialisation :** Pour $n = 1$, on constate que $1^3 + 5 \cdot 1 = 6$ est divisible par 3.

Hérédité : Supposons $n^3 + 5\,n$ divisible par 3 pour un certain $n \in \mathbb{N}$. Il existe donc un entier a tel que $n^3 + 5\,n = 3\,a$.

$(n+1)^3 + 5\,(n+1) =$

$n^3 + 3\,n^2 + 3\,n + 1 + 5\,n + 5 =$

$n^3 + 3\,n^2 + 8\,n + 6 =$

$(n^3 + 5\,n) + (3\,n^2 + 3\,n + 6) =$

$3\,a + 3\,(n^2 + n + 2) =$

$3\,(a + n^2 + n + 2)$

Voilà qui montre que $(n+1)^3 + 5\,(n+1) = 3\,(a + n^2 + n + 2)$ est un multiple de 3 ou, si l'on préfère, est divisible par 3. La preuve est donc terminée.