5.10 Posons $s_n = \sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^k$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Manifestement $s_n = \begin{cases} -1 & \text{si } k \text{ est impair} \\ 0 & \text{si } k \text{ est pair} \end{cases}$

La suite $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est clairement divergente.

En effet $s_n = \frac{1}{2}\big((-1)^n - 1\big)$.

Si la suite $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ convergeait, alors la suite $2\,s_n = (-1)^n - 1$ convergerait également.

Vu que la suite constante $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $c_n = 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ converge vers 1, la suite de terme général $2\,s_n + c_n = (-1)^n - 1 + 1 = (-1)^n$ devrait également converger. Mais l'exercice 3.7 a montré que la suite $(-1)^n$ diverge.