

**5.4**

- 1) La suite des nombres impairs est une suite arithmétique de premier terme  $u_1 = 1$  et de raison  $r = 2$ .

Donc le  $k$ -ième nombre impair est donné par la formule

$$u_k = u_1 + (k - 1)r = 1 + (k - 1) \cdot 2 = 2k - 1$$

Ainsi la somme des  $n$  premiers nombres impairs s'écrit  $\sum_{k=1}^n 2k - 1$ .

$$\begin{aligned} 2) \sum_{k=1}^n 2k - 1 &= \sum_{k=1}^n 2k + (-1) = \sum_{k=1}^n 2k + \sum_{k=1}^n (-1) = 2 \sum_{k=1}^n k + (-1) \sum_{k=1}^n 1 \\ &= 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - n = n(n+1) - n = n^2 + n - n = n^2 \end{aligned}$$