5.7 1) $r = \frac{6}{9} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Comme $|r| = |\frac{2}{3}| = \frac{2}{3} < 1$, la série géométrique converge vers

$S = u_1 \cdot \dfrac{1}{1-r} = 9 \cdot \dfrac{1}{1-\frac{2}{3}} = 9 \cdot \dfrac{1}{\frac{1}{3}} = 9 \cdot 3 = 27$

2) $r = \frac{-12}{16} = \frac{9}{-12} = -\frac{3}{4}$

Puisque $|r| = |-\frac{3}{4}| = \frac{3}{4} < 1$, la série géométrique converge vers

$S = u_1 \cdot \dfrac{1}{1-r} = 16 \cdot \dfrac{1}{1-(-\frac{3}{4})} = 16 \cdot \dfrac{1}{\frac{7}{4}} = 16 \cdot \frac{4}{7} = \frac{64}{7}$

3) $r = \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{\frac{8}{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Étant donné que $r^2 = (\frac{2\sqrt{2}}{3})^2 = \frac{8}{9} < 1$, on a aussi $|r| < 1$.

Par conséquent, la série géométrique converge vers

$S = u_1 \cdot \dfrac{1}{1-r} = 3 \cdot \dfrac{1}{1-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = 3 \cdot \dfrac{1}{\frac{3-2\sqrt{2}}{3}} = 3 \cdot \frac{3}{3-2\sqrt{2}} = \frac{9}{3-2\sqrt{2}}$

$= \frac{9\,(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})\,(3+2\sqrt{2})} = \frac{27+18\sqrt{2}}{9-8} = 27 + 18\sqrt{2}$

4) $r = \dfrac{-\frac{1}{60}}{\frac{1}{120}} = \dfrac{\frac{1}{30}}{-\frac{1}{60}} = -2$

La série géométrique est ainsi divergente, car $|r| = |-2| = 2 \geqslant 1$.