4.1

1) Le premier mois, Vincent possède 427 fr. : $u_1 = 427$.

Si l'épargne de Vincent au mois n vaut u_n, elle augmente de 110 fr. le mois suivant : $u_{n+1} = u_n + 110$.

En résumé, la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par $\begin{cases} u_1 = 427 \\ u_{n+1} = u_n + 110 \text{ , } n \geqslant 1 \end{cases}$.

2) $$\begin{aligned} u_1 &= 427 \\ u_2 &= u_1 \quad + 110 \\ u_3 &= u_2 \quad + 110 \\ u_4 &= u_3 \quad + 110 \\ u_5 &= u_4 \quad + 110 \\ &\dots \\ u_n &= u_{n-1} + 110 \end{aligned}$$

En additionnant toutes ces équations, on obtient :

$u_1+u_2+u_3+u_4+u_5+\ldots+u_n = 427+u_1+u_2+u_3+u_4+\ldots+u_{n-1}+(n-1)\cdot 110$

d'où suit $u_n = 427 + (n-1)\cdot 110$

3) $u_n \geqslant 2270$

$427 + (n-1)\cdot 110 \geqslant 2270$

$(n-1)\cdot 110 \geqslant 1843$

$n - 1 \geqslant \frac{1843}{110}$

$n \geqslant \frac{1843}{110} + 1 = \frac{1953}{110} \approx 17{,}75$

C'est donc au 18^{e} mois que Vincent possède la somme suffisante pour son projet de vacances. Il doit donc patienter $18 - 1 = 17$ mois.