4.14 1) Il est clair que $u_1 = 1380$.

On doit avoir $u_{n+1} = u_n + \frac{2}{100}\,u_n = \frac{102}{100}\,u_n$

étant donné que le loyer augmente chaque année de 2 %.

C'est pourquoi on obtient $\begin{cases} u_1 = 1380 \\ u_{n+1} = \frac{102}{100} \cdot u_n \ , n \geqslant 1 \end{cases}$.

2) La formule $u_n = 1380 \cdot \left(\frac{102}{100}\right)^{n-1}$ que l'on devine facilement se montre par récurrence.

Initialisation : la formule $u_1 = 1380 \cdot \left(\frac{102}{100}\right)^0 = 1380 \cdot 1$ est vérifiée.

Hérédité : supposons la formule $u_n = 1380 \cdot \left(\frac{102}{100}\right)^{n-1}$ vraie pour n.

$$u_{n+1} = \frac{102}{100} \cdot u_n = \frac{102}{100} \cdot 1380 \cdot \left(\frac{102}{100}\right)^{n-1} = 1380 \cdot \left(\frac{102}{100}\right)^n$$

3) En 2015, le loyer mensuel s'élèvera à

$$u_{15} = 1380 \cdot \left(\frac{102}{100}\right)^{15} = \frac{2\ 834\ 012\ 309\ 093\ 168\ 391\ 661\ 289\ 319}{1\ 525\ 878\ 906\ 250\ 000\ 000\ 000\ 000} \approx 1\ 857{,}30$$