4.3 La formule $u_{n+1} = u_n + r$ équivaut à $u_{n+1} - u_n = r$.

1) $u_{n+1} - u_n = \big((n+1)+2\big) - (n+2) = 1$
$(u_n)_{n\in\mathbb{R}}$ est une suite arithmétique de raison 1.

2) $u_{n+1} - u_n = \big((n+1)^2+1\big) - (n^2+1) = (n^2+2\,n+2) - (n^2+1) = 2\,n+1$
La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{R}}$ n'est pas une suite arithmétique : la différence $u_{n+1} - u_n$ n'est pas constante.

3) $u_{n+1} - u_n = \big(5\,(n+1)+3\big) - (5\,n+3) = (5\,n+8) - (5\,n+3) = 5$
$(u_n)_{n\in\mathbb{R}}$ est une suite arithmétique de raison 5.

4) $$u_{n+1}-u_n = \frac{(n+1)+2}{n+1} - \frac{n+2}{n} = \frac{n+3}{n+1} - \frac{n+2}{n} = \frac{(n+3)\,n - (n+2)\,(n+1)}{n\,(n+1)}$$
$$= \frac{(n^2+3\,n) - (n^2+3\,n+2)}{n\,(n+1)} = \frac{-2}{n\,(n+1)}$$
La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{R}}$ n'est pas une suite arithmétique : la différence $u_{n+1} - u_n$ n'est pas constante.

5) $u_{n+1} - u_n = u_n + 4 - u_n = 4$
$(u_n)_{n\in\mathbb{R}}$ est une suite arithmétique de raison 4.

6) $u_{n+1} - u_n = u_n + n - 1 - u_n = n - 1$
La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{R}}$ n'est pas une suite arithmétique : la différence $u_{n+1} - u_n$ n'est pas constante.