

2.14

1) Considérons la suite définie par $u_n = (-1)^n \cdot n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

(a) Cette suite n'est pas majorée.

Quel que soit $M \in \mathbb{R}$, il existe $n \in \mathbb{N}$ tel que $u_n > M$.

(b) Cette suite n'est pas minorée.

Quel que soit $m \in \mathbb{R}$, il existe $n \in \mathbb{N}$ tel que $u_n < m$.

2) Considérons la suite définie par $u_n = (-1)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

(a) Cette suite n'est pas croissante.

$u_2 = 1 > -1 = u_3$ ou $u_4 = 1 > -1 = u_5$ ou $u_6 = 1 > -1 = u_7$

Plus généralement, $u_{2n} > u_{2n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

(b) Cette suite n'est pas décroissante.

$u_1 = -1 < u_2 = 1$ ou $u_3 = -1 < 1 = u_4$ ou $u_5 = -1 < 1 = u_6$

Plus généralement, $u_{2n-1} < u_{2n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

(c) Cette suite est bornée.

i. Cette suite est majorée par 1.

$u_n = (-1)^n \leq 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

ii. Cette suite est minorée par -1.

$u_n = (-1)^n \geq -1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.