4.6 $1729 = 7 \cdot 13 \cdot 19$

$2^{1728} \equiv (2^3)^{576} \equiv 8^{576} \equiv 1^{576} \equiv 1 \mod 7$

$2^{1728} \equiv (2^6)^{288} \equiv 64^{288} \equiv (-1)^{288} \equiv 1 \mod 13 \qquad (65 = 13 \cdot 5)$

$2^{1728} \equiv (2^9)^{192} \equiv 512^{192} \equiv (-1)^{192} \equiv 1 \mod 19 \qquad (513 = 19 \cdot 27)$

Comme 7, 13 et 19 sont premiers entre eux, les congruences précédentes impliquent $2^{1728} \equiv 1 \mod 1729$, d'après l'exercice 4.4.